

Prof. dr hab. inż. Vitalii Dugaev
Wydział Matematyki i Fizyki Stosowanej
Politechniki Rzeszowskiej
Al. Powstańców Warszawy 6, 35-959 Rzeszów

Rzeszów, 24 czerwca 2025 r.

**Recenzja rozprawy doktorskiej Pana mgr Michała Kaczora
pt. "The impact of the system parameters on the entanglement in spin chains coupled
to the bosonic reservoir"**

Przedmiotem rozprawy doktorskiej Pana mgr Michała Kaczora jest opracowanie teorii splątania kwantowego w skończonych łańcuchach spinowych w różnych modelach oddziaływań między spinami. Tematyka ta jest obecnie niezwykle aktualna, ponieważ wyjaśnienie mechanizmów dekoherencji oraz sposobów ograniczania jej wpływu na splątanie kwantowe stanowi jedno z kluczowych wyzwań w projektowaniu nowoczesnych komputerów kwantowych.

Rozprawa ma charakter teoretyczny i składa się ze wstępu, czterech rozdziałów, podsumowania najważniejszych wyników oraz bibliografii liczącej 136 pozycji. Pierwsze trzy rozdziały opierają się na danych literaturowych – opisano w nich podstawy mechaniki kwantowej oraz zagadnienie splątania kwantowego w ujęciu wykorzystywanym we współczesnej teorii informacji. Drugi rozdział stanowi przegląd teorii ewolucji czasowej, tj. dynamiki otwartych układów kwantowych. W rozdziale trzecim przedstawiono modele układów spinowych, mogące znaleźć zastosowanie w obliczeniach kwantowych. Rozdział czwarty zawiera oryginalne obliczenia teoretyczne oraz wyniki obliczeń numerycznych przeprowadzonych przez autora.

Praca zawiera również wykaz dorobku naukowego doktoranta, obejmujący pięć artykułów opublikowanych w renomowanych czasopismach oraz 10 referatów wygłoszonych na konferencjach krajowych. Oceniam ten dorobek jako bardzo dobry i w pełni wystarczający do uzyskania stopnia naukowego doktora. Całość rozprawy liczy 173 strony i zawiera aż 110 rysunków.

Rozprawa została przygotowana na Uniwersytecie Rzeszowskim pod kierownictwem prof. UR dr hab. Pawła Jakubczyka. Tekst został napisany w sposób klarowny i przystępny, a jego lektura utrzymuje stałe zainteresowanie czytelnika. Autor wykazuje bardzo dobrą znajomość literatury dotyczącej splątania kwantowego i modeli układów

spinowych oraz doskonale opanowanie metod rozwiązywania złożonych problemów fizyki układów spinowych.

We wstępie sformułowano główny cel rozprawy, którym jest teoretyczne zbadanie możliwości ograniczenia wpływu dekoherencji na splątanie kwantowe w otwartych układach spinowych.

Rozdział 1 stanowi wprowadzenie do współczesnego sformułowania mechaniki kwantowej, w szczególności zagadnień dotyczących macierzy gęstości, stanów mieszanych, a także metod ilościowej oceny splątania. Autor posługuje się aparatem matematycznym wykraczającym poza standardowe przedstawienia spotykane w podręcznikach z mechaniki kwantowej, co pozwala na ścisłe definiowanie pojęć i precyzyjne obliczenia. Na szczególną uwagę zasługują: opis paradoksu Einsteina-Podolskiego-Rosena, twierdzenie Bella wraz z jego dowodem oraz związek splątania z entropią von Neumanna i entropią Rényiego w kontekście teorii informacji kwantowej.

W rozdziale 2 omówiono dynamikę otwartych układów kwantowych, prezentując różne podejścia do jej opisu: równania Liouville’a–von Neumanna, Milburna, Borna–Markowa oraz równanie Lindblada. Bardzo wartościowe jest wprowadzenie pojęcia funkcji dekoherencji i metody jej obliczania.

Lektura rozdziałów 1 i 2 potwierdza dobre zrozumienie przez doktoranta fundamentów fizyki i informatyki kwantowej. Można je traktować jako solidne wprowadzenie do informatyki kwantowej. Warto jednak zaznaczyć, że nie wszystkie omawiane w nich zagadnienia są bezpośrednio powiązane z tematyką badań własnych autora.

Rozdział 3 przedstawia najważniejsze typy oddziaływań pomiędzy spinami $s = \frac{1}{2}$ w łańcuchach spinowych (m.in. modele Isinga, Heisenberga XXX, XXZ, XYZ), a także oddziaływania z polem magnetycznym oraz bardziej złożone, jak oddziaływania Dzyaloshinskiego-Moriya i Kaplana-Shekhtmana-Entin-Wohlmana-Aharony’ego. Na szczególne wyróżnienie zasługuje podrozdział 3.2, zawierający szeroki przegląd stanu wiedzy na temat splątania kwantowego w otwartych układach spinowych oraz bogatą bibliografię. Uwagę zwraca jednak niedostateczne odniesienie się do cytowanych prac – zabrakło szerszej dyskusji i krytycznej analizy.

Druga część pracy (rozdział 4) zawiera zasadnicze obliczenia wykonane przez doktoranta.

W podrozdziale 4.1 przedstawiono metodykę obliczeń, oparte na zredukowanej macierzy gęstości w stanie równowagi termicznej i w czasie jej ewolucji poprzez równanie Lindblada, uwzględniając wpływ otoczenia.

Podrozdział 4.2 zawiera kluczowe wyniki obliczeń teoretycznych. Przeanalizowano modele zamkniętych łańcuchów spinowych (od 2 do 6 spinów $s = \frac{1}{2}$) dla różnych typów oddziaływań. Wyniki przedstawiono jako zależności parametru zgodności C (ang. *concurrence*) od parametrów oddziaływań, temperatury i czasu. Ze względu na liczne rysunki, momentami trudno prześledzić logikę doboru parametrów i kolejność obliczeń, jednak pomocne okazują się krótkie podsumowania zamieszczone po każdym podrozdziale.

W ostatnim rozdziale dokonano podsumowania wyników – przedstawiono zależności splątania od długości łańcucha, rodzaju oddziaływań spinowych oraz obecności zewnętrznego pola magnetycznego. Z pracy wynika, że maksymalne splątanie uzyskuje się w łańcuchach z oddziaływaniem XXZ, gdy $J_x > 0$, natomiast $J_z < 0$ i ma niewielką wartość. Uważam ten wniosek za bardzo istotny, choć wymaga on potwierdzenia eksperymentalnego.

Uwagi krytyczne:

1. W rozdziale 1.5 autor trafnie przedstawia różne sposoby ilościowego określania splątania kwantowego w stanie równowagi termicznej. Jednakże w dalszej części pracy zastosowano wyłącznie jeden z nich – obliczenie parametru zgodności (*concurrence*). W mojej ocenie warto byłoby uzupełnić tę część o krótkie uzasadnienie wyboru właśnie tej metody, a także – przynajmniej dla wybranych przypadków – porównać wyniki z innymi znanymi metodami pomiaru splątania. Taka analiza z pewnością zwiększyłaby wiarygodność i wartość poznawczą uzyskanych wyników.
2. W części dotyczącej ewolucji czasowej splątania w niektórych przypadkach pojawiają się nietypowe zachowania funkcji $C(t)$ – zamiast oczekiwanego monotonicznego zaniku obserwujemy silne oscylacje, a nawet obecność pojedynczych, wyraźnych pików (np. na rys. 48). Tego rodzaju charakterystyki nie zostały dostatecznie skomentowane przez autora. Moim zdaniem warto byłoby poświęcić nieco uwagi na próbę interpretacji tych efektów – ich obecność może wynikać ze specyfiki zastosowanego modelu lub przyjętych warunków brzegowych.
3. Niezrozumiałą pozostaje sposób ujęcia oddziaływań spinów na większe odległości – tzw. *next-to-nearest-neighbor* – gdzie współczynniki osłabienia interakcji przyjęto w postaci $1/n$ dla $n=2$ i $n=4$ (str. 93). Brakuje uzasadnienia dla takiego wyboru. Wiadomo, że stała oddziaływania wymiennego zazwyczaj zależy od nakładania się funkcji falowych, które mają charakter wykładniczo malejący. Wydaje się, że wskazane byłoby podanie źródła lub argumentacji teoretycznej dla przyjętego podejścia.

4. W kilku miejscach w pracy pojawiają się nie do końca przejrzyste sformułowania. Przykładowo, na str. 85 po wzorze (4.4) zapis: „spin in q site in state $|j\rangle$ is in $\uparrow$ state, spin in $|k\rangle$ is in $\downarrow$ ” może być trudny do jednoznacznego zrozumienia. Również notatka na str. 92 jest niejasna i powinna zostać przeformułowana. Oczywiście, jej treść dotyczy zjawisk frustracji w układach z oddziaływaniem antyferromagnetycznym – warto byłoby to doprecyzować i odwołać się do odpowiednich źródeł.

Konkluzja

Reasumując, pragnę stanowczo stwierdzić, iż wymienione powyżej z obowiązku recenzenta mankamenty rozprawy Pana mgr Michała Kaczory nie wpływają na moją bardzo wysoką ocenę tej pracy. Rozprawa napisana jest w swojej zasadniczej części jasno i zrozumiale.

Szczegółowe zapoznanie się z treścią rozprawy Pana Kaczory utwierdziły mnie w przekonaniu o jego wysokich kwalifikacjach. Praca doktorska Pana mgr Michała Kaczory, wykonana pod opieką naukową kierownika – Profesora Uniwersytetu Rzeszowskiego dr hab. Pawła Jakubczyka jest oryginalnym rozwiązaniem zagadnień naukowych, stanowiących **istotny wkład** do obszaru wiedzy, który można określić jako **opracowanie teorii splątania kwantowego w łańcuchach spinowych, oddziałujących z otoczeniem.**

Pokazuje ona także jego ogólną wiedzę w dziedzinie nowoczesnej fizyki kwantowej układów spinowych i informatyki kwantowej. Rozprawa charakteryzuje się indywidualnym wkładem Autora do rozwiązania omówionych wyżej zagadnień, a zatem pod kątem merytorycznym i metodologicznym spełnia wszystkie wymagania określone w art. 187 Ustawy z dnia 20.07.2018 r. – Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce (Dz. U. z 2020 r. poz. 85, z późn. zm.). Niniejszym wnoszę o dopuszczenie Pana **mgr Michała Kaczora do dalszych kroków przewodu doktorskiego.**