

**SYLABUS****DOTYCZY CYKLU KSZTAŁCENIA 2026- 2030***(skrajne daty)*

Rok akademicki 2026/2027

**1. PODSTAWOWE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE**

Nazwa przedmiotu	<b>Matematyka dla inżynierów</b>
Kod przedmiotu*	
Nazwa jednostki prowadzącej kierunek	Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych
Nazwa jednostki realizującej przedmiot	Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych
Kierunek studiów	Zarządzanie, materiały i technologie w energetyce
Poziom studiów	studia I stopnia
Profil	ogólnoakademicki
Forma studiów	stacjonarne
Rok i semestr/y studiów	1 rok, 1,2 semestr
Rodzaj przedmiotu	podstawowy
Język wykładowy	język polski
Koordinator	Dr Anna Szpila
Imię i nazwisko osoby prowadzącej / osób prowadzących	Dr Anna Szpila

\* -opcjonalnie, zgodnie z ustaleniami w Jednostce

**1.1. Formy zajęć dydaktycznych, wymiar godzin i punktów ECTS**

Semestr (nr)	Wykł.	Ćw.	Konw.	Lab.	Sem.	ZP	Prakt.	Inne (jakie?)	Liczba pkt. ECTS
1	30	30							4
2	30	30							5

**1.2. Sposób realizacji zajęć** zajęcia w formie tradycyjnej zajęcia realizowane z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość**1.3 Forma zaliczenia przedmiotu (z toku) (egzamin, zaliczenie z oceną, zaliczenie bez oceny)****Zaliczenie bez oceny**

Semestr 1

Wykład – zaliczenie bez oceny

Ćwiczenia – zaliczenie z oceną

Semestr 2

Wykład – Egzamin

Ćwiczenia – zaliczenie z oceną

## 2. WYMAGANIA WSTĘPNE

semestr 1 - znajomość matematyki szkolnej na poziomie matury podstawowej,  
semestr 2 - zaliczenie przedmiotu matematyka dla inżynierów w semestrze 1 na kierunku *zarządzanie, materiały i technologie w energetyce* lub potwierdzenie uzyskania efektów uczenia się zbieżnych z efektami uczenia się przypisanymi do przedmiotu *matematyka dla inżynierów*, realizowanego w semestrze 1, na kierunku *zarządzanie, materiały i technologie w energetyce*, studia I stopnia, w UR.

## 3. CELE, EFEKTY UCZENIA SIĘ, TREŚCI PROGRAMOWE I STOSOWANE METODY DYDAKTYCZNE

### 3.1 Cele przedmiotu

C1	Wytworzenie bazy matematycznej z zakresu podstaw algebry liniowej, geometrii analitycznej oraz rachunku różniczkowego i całkowego niezbędnej w wykształceniu inżyniera na studiach technicznych.
C2	Wypracowanie umiejętności stosowania aparatu matematycznego z zakresu wybranych działów matematyki do opisu zagadnień i rozwiązywania problemów technicznych.
C3	Ukazanie znaczenia matematyki, jako kluczowego narzędzia stosowanego w naukach technicznych.

### 3.2 Efekty uczenia się dla przedmiotu

EK (efekt uczenia się)	Treść efektu uczenia się zdefiniowanego dla przedmiotu	Odniesienie do efektów kierunkowych
EK_01	student zna i rozumie klasyczne pojęcia z zakresu wybranych działów matematyki wyższej, w szczególności z logiki matematycznej, algebry liniowej, geometrii analitycznej oraz analizy matematycznej;	K_W01
EK_02	student zna i rozumie podstawowe techniki obliczeniowe stosowane w wybranych działach matematyki wyższej, w szczególności w logice matematycznej, algebrze liniowej, geometrii analitycznej oraz analizie matematycznej;	K_W01
EK_03	student zna przykłady zastosowań aparatu matematycznego do opisu i modelowania zjawisk fizycznych i procesów technicznych;	K_W01
EK_04	student posługuje się pojęciami logiki matematycznej do opisu zagadnień matematycznych i modeli matematycznych zjawisk fizycznych i technicznych; sprawnie stosuje wzory i reguły obowiązujące dla zbiorów liczbowych ;	K_U05
EK_05	student wykonuje działania na liczbach zespolonych i wykorzystuje liczby zespolone do opisu różnych zjawisk;	K_U05
EK_06	student działa na macierzach, oblicza wyznaczniki, rozwiązuje różnymi metodami układy równań liniowych,	K_U05

	modeluje rzeczywistość za pomocą układów równań liniowych;	
EK_07	student wykonuje działania na wektorach i interpretuje zjawiska z wykorzystaniem pojęcia wektora, opisuje na różne sposoby proste, krzywe stożkowe i płaszczyzny oraz ich wzajemne położenie;	K_U05
EK_08	student rozpoznaje podstawowe własności funkcji, rozwiązuje równania wykładnicze, logarytmiczne i trygonometryczne;	K_U05
EK_09	student oblicza granice ciągów i granice funkcji, bada zbieżność szeregów liczbowych, bada ciągłość i wyznacza pochodne funkcji jednej zmiennej oraz pochodne cząstkowe funkcji wielu zmiennych;	K_U05
EK_10	student stosuje pochodne funkcji jednej i wielu zmiennych do rozwiązywania zagadnień matematycznych, fizycznych i technicznych;	K_U05
EK_11	student oblicza całki nieoznaczone i oznaczone wykorzystując odpowiednie metody;	K_U05
EK_12	student stosuje całki oznaczone do rozwiązywania zagadnień geometrycznych, fizycznych i technicznych;	K_U05
EK_13	student rozwiązuje równania różniczkowe oraz opisuje zjawiska fizyczne i techniczne za pomocą równań różniczkowych;	K_U05
EK_14	student jest gotów do uznawania znaczenia metod matematycznych w rozwiązywaniu problemów poznawczych i praktycznych w zakresie studiowanego kierunku.	K_K01

### 3.3 Treści programowe

#### A. Problematyka wykładu

Treści merytoryczne
<b>Semestr 1</b>
<b>Elementy logiki i teorii zbiorów. Zbiory liczbowe</b> Zdania. Prawa logiczne rachunku zdań. Kwantyfikatory. Zbiory. Zbiory liczbowe. Działania na zbiorach. Zasada indukcji matematycznej. Symbol Newtona, Trójkąt Pascala, Wzór dwumienny Newtona. Wzory skróconego mnożenia. Przedziały liczbowe. Działania w zbiorze liczb rzeczywistych. Wartość bezwzględna.
<b>Liczby zespolone</b> Postać algebraiczna, trygonometryczna i wykładnicza liczby zespolonej. Płaszczyzna Gaussa. Działania na liczbach zespolonych. Potęgi i pierwiastki z liczb zespolonych. Równania w dziedzinie zespolonej.
<b>Macierze i wyznaczniki</b> Macierze i ich rodzaje. Działania na macierzach. Wyznaczniki i ich własności. Macierze odwrotne. Rzędy macierzy. Wartości własne i wektory własne macierzy.
<b>Układy równań liniowych</b> Układy równań liniowych. Postać macierzowa układu równań liniowych. Wzory Cramera. Twierdzenie Kroneckera – Cappellego.

**Elementy geometrii analitycznej**

Wektory na płaszczyźnie i w przestrzeni, podstawowe działania na wektorach. Zastosowania rachunku wektorowego do rozwiązywania problemów geometrycznych. Proste na płaszczyźnie i proste w przestrzeni. Wzajemne położenie prostych. Płaszczyzny. Wzajemne położenie płaszczyzn. Krzywe stożkowe.

**Funkcje elementarne i ich własności**

Określenie i własności funkcji. Przegląd wybranych funkcji elementarnych: funkcje wykładnicze, funkcje logarytmiczne, funkcje trygonometryczne, funkcje cyklometryczne, funkcje hiperboliczne.

**Ciągi i szeregi liczbowe**

Określenie ciągu. Monotoniczność ciągów liczbowych. Ciąg arytmetyczny i ciąg geometryczny. Granica ciągu. Twierdzenia o granicach. Granice podstawowych ciągów. Określenie szeregu. Zbieżność szeregu. Kryteria zbieżności dla szeregów o wyrazach nieujemnych. Szeregi naprzemienne.

**Semestr 2****Granica i ciągłość funkcji**

Pojęcie granicy funkcji. Twierdzenia o zbieżności funkcji. Obliczanie granic wybranych funkcji. Ciągłość funkcji w punkcie i na przedziale. Rodzaje punktów nieciągłości. Twierdzenia o funkcjach ciągłych i ich zastosowania.

**Pochodna funkcji jednej zmiennej**

Pojęcie pochodnej funkcji. Interpretacja geometryczna i fizyczna pochodnej. Pochodna sumy, iloczynu i ilorazu funkcji. Pochodna funkcji złożonej. Pochodna funkcji odwrotnej. Pochodne wyższych rzędów. Różniczka funkcji. Twierdzenia o wartości średniej rachunku różniczkowego. Reguła de l'Hospitala. Monotoniczność funkcji różniczkowalnych. Ekstrema lokalne funkcji różniczkowalnych. Wklęsłość i wypukłość, punkty przegięcia. Asymptoty. Badanie przebiegu zmienności funkcji.

**Całka nieoznaczona**

Pojęcie funkcji pierwotnej. Całka nieoznaczona i jej własności. Tablica całek podstawowych funkcji. Wzory na całkowanie przez części i przez podstawienie. Całkowanie funkcji wymiernych i niewymiernych.

**Całka oznaczona**

Pojęcie całki oznaczonej. Interpretacja geometryczna całki oznaczonej. Metody wyznaczania całek oznaczonych. Zastosowania geometryczne. Zastosowania w mechanice. Całki niewłaściwe I i II rodzaju.

**Wybrane zagadnienia z rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych**

Funkcje dwóch i trzech zmiennych – dziedzina, podstawowe powierzchnie – wykresy funkcji dwóch zmiennych. Pochodne cząstkowe funkcji dwóch i trzech zmiennych, płaszczyzna styczna do powierzchni. Różniczka zupełna i jej zastosowania. Ekstrema lokalne funkcji dwóch i trzech zmiennych.

**Równania różniczkowe zwyczajne**

Zjawiska w technice opisywane równaniami różniczkowymi. Rozwiązanie ogólne i rozwiązanie szczególne równania różniczkowego. Zagadnienie Cauchy'ego. Równania o zmiennych rozdzielonych. Równania różniczkowe liniowe I rzędu, jednorodne i niejednorodne. Równania różniczkowe rzędu drugiego. Równania liniowe rzędu drugiego. Zastosowanie równań różniczkowych w technice.

## B. Problematyka ćwiczeń, konwersatoriów, laboratoriów, zajęć praktycznych

Treści merytoryczne
<b>Semestr 1</b>
<b>Elementy logiki i teorii zbiorów. Zbiory liczbowe</b> Zapis za pomocą symboli logicznych oraz kwantyfikatorów zdań i funkcji zdaniowych. Sprawdzanie wartości logicznych zdań. Dowodzenie tautologii. Działania na zbiorach. Dowodzenie własności z wykorzystaniem zasady indukcji matematycznej. Wykorzystanie własności symbolu Newtona i trójkąta Pascala. Działania w zbiorze liczb rzeczywistych. Rozwiązywanie równań i nierówności z wartością bezwzględną.
<b>Liczby zespolone</b> Przedstawianie liczb zespolonych w postaci algebraicznej, trygonometrycznej i wykładniczej. Interpretacja geometryczna podzbiorów zbioru liczb zespolonych. Działania na liczbach zespolonych. Obliczanie potęg i pierwiastków z liczb zespolonych. Rozwiązywanie równań w dziedzinie zespolonej.
<b>Macierze i wyznaczniki</b> Działania na macierzach. Obliczanie wyznaczników różnymi metodami. Wyznaczanie macierzy odwrotnych metodami: metodą dopełnień algebraicznych i metodą Gaussa – Jordana. Wyznaczanie wartości i wektorów własnych macierzy.
<b>Układy równań liniowych</b> Zastosowanie twierdzenia Cramera i twierdzenia Kroneckera – Cappellego do rozwiązywania układów równań liniowych. Rozwiązywanie układów równań liniowych metodą macierzy zredukowanej.
<b>Elementy geometrii analitycznej</b> Działania na wektorach, iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany. Wyznaczanie kątów między wektorami. Stosowanie warunków na równoległość i prostopadłość wektorów. Zastosowanie rachunku wektorowego. Wyznaczanie równań prostych na płaszczyźnie i w przestrzeni. Badanie wzajemnego położenia prostych. Wyznaczanie równań płaszczyzn. Wzajemne położenie płaszczyzn. Badanie krzywych stożkowych.
<b>Funkcje elementarne i ich własności</b> Badanie podstawowych własności funkcji: monotoniczności, różnowartościowości, parzystości, nieparzystości, okresowości. Rozwiązywanie równań i nierówności wykładniczych, logarytmicznych, trygonometrycznych.
<b>Ciągi i szeregi liczbowe</b> Badanie monotoniczności ciągów liczbowych. Zastosowania ciągów arytmetycznych i geometrycznych. Obliczanie granic ciągów. Badanie zbieżności szeregów liczbowych.
<b>Semestr 2</b>
<b>Granica i ciągłość funkcji</b> Obliczanie granic funkcji. Badanie ciągłości funkcji w punkcie i na przedziale. Określanie rodzajów punktów nieciągłości. Zastosowania twierdzeń o funkcjach ciągłych. Wyznaczanie asymptot.
<b>Pochodna funkcji jednej zmiennej</b> Wyznaczanie pochodnych funkcji. Interpretacja geometryczna i fizyczna pochodnej. Zastosowania różniczek funkcji. Zastosowania reguły de l'Hospitala. Badanie monotoniczności i ekstremów funkcji różniczkowalnych, badanie wklęsłości, wypukłości i punktów przegięcia.
<b>Całka nieoznaczona</b> Całkowanie z wykorzystaniem własności arytmetycznych całek. Całkowanie przez podstawianie. Całkowanie przez części. Całkowanie funkcji wymiernych i niewymiernych.
<b>Całka oznaczona</b>

Interpretacja geometryczna całki oznaczonej. Wyznaczanie całek oznaczonych. Zastosowania całek w geometrii i mechanice. Wyznaczanie całek niewłaściwych.

### Wybrane zagadnienia z rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych

Wyznaczanie dziedziny funkcji dwóch i trzech zmiennych. Wyznaczanie pochodnych cząstkowych funkcji dwóch i trzech zmiennych, Zastosowania różniczki zupełnej. Wyznaczanie ekstremów lokalnych funkcji dwóch i trzech zmiennych. Wyznaczanie równań płaszczyzn stycznych do powierzchni.

### Równania różniczkowe zwyczajne

Zjawiska w fizyce i technice opisywane równaniami różniczkowymi. Rozwiązywanie równań o zmiennych rozdzielonych. Rozwiązywanie równań liniowych I rzędu, jednorodnych i niejednorodnych. Rozwiązywanie wybranych równań II rzędu. Rozwiązywanie równań liniowych II rzędu Zastosowanie równań różniczkowych w technice.

## 3.4 Metody dydaktyczne

Wykład: wykład z prezentacją multimedialną

Ćwiczenia: rozwiązywanie zadań

## 4. METODY I KRYTERIA OCENY

### 4.1 Sposoby weryfikacji efektów uczenia się

Symbol efektu	Metody oceny efektów uczenia się (np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć)	Forma zajęć dydaktycznych (w, ćw, ...)
EK_01	egzamin – część teoretyczna, obserwacja w trakcie zajęć, testy kontrolne po każdej partii materiału (MS Teams)	wykład, ćwiczenia
EK_02	egzamin – część teoretyczna, obserwacja w trakcie zajęć, testy kontrolne po każdej partii materiału (MS Teams)	wykład, ćwiczenia
EK_03	egzamin - część teoretyczna, obserwacja w trakcie zajęć, testy kontrolne po każdej partii materiału (MS Teams)	wykład, ćwiczenia
EK_04	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa	ćwiczenia
EK_05	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć	ćwiczenia
EK_06	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć	ćwiczenia
EK_07	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć	ćwiczenia
EK_08	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć	ćwiczenia
EK_09	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa	ćwiczenia
EK_10	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa	ćwiczenia
EK_11	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa	ćwiczenia

EK_12	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa	ćwiczenia
EK_13	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa	ćwiczenia
EK_14	obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia

#### 4.2 Warunki zaliczenia przedmiotu (kryteria oceniania)

Ćwiczenia - zaliczenie na ocenę

po 2 sprawdziany pisemne w każdym semestrze, oceny cząstkowe za aktywność.

Wykład – zaliczenie testów cząstkowych po każdym dziale w I semestrze, egzamin po II semestrze

Ocena z zaliczenia ćwiczeń w każdym semestrze:

Zaliczenie ćwiczeń na podstawie kolokwiów i aktywności na zajęciach. Planowane są dwa kolokwia. Warunkiem uzyskania zaliczenia ćwiczeń jest zdobycie co najmniej 50% punktów z każdego kolokwium. Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali:.

- do 50% - niedostateczny (brak zaliczenia),
- 50% - 59% - dostateczny,
- 60% - 69% - dostateczny plus,
- 70% - 79% - dobry,
- 80% - 89% - dobry plus,
- 90% - 100% - bardzo dobry.

Aktywność na ćwiczeniach może podnieść ocenę co najwyżej o pół stopnia.

Zaliczenie wykładu po I semestrze

Zaliczenie na nie mniej niż 50% każdego z testów cząstkowych planowanych na zakończenie realizacji każdego działu. Testy zostaną utworzone za pomocą narzędzia FORMS i udostępnione w MS Teams.

Egzamin po II semestrze:

Warunkiem dopuszczenia do egzaminu jest zaliczenie ćwiczeń. Egzamin odbywa się w formie pisemnej i składa się z części teoretycznej i części zadaniowej. Część teoretyczna egzaminu ma postać testu i realizowana jest przy pomocy narzędzia MS Teams (Forms).

Studenci którzy uzyskają ocenę z zaliczenia ćwiczeń powyżej oceny dobrej (tj. 4,5 i 5,0) mogą być zwolnieni z części zadaniowej – ocena z zaliczenia uznana jest wówczas jako ocena z części zadaniowej.

Z części teoretycznej nie przewiduje się zwolnień.

Aby uzyskać ocenę pozytywną trzeba zaliczyć obydwie części egzaminu. Studenci, którzy zaliczyli tylko jedną część egzaminu mają prawo do odpowiedzi ustnej w celu zaliczenia drugiej części. Do każdej z części stosuje się przelicznik za odpowiedni procent uzyskanych punktów:

- do 50% - niedostateczny (brak zaliczenia),
- 50% - 59% - dostateczny,
- 60% - 69% - dostateczny plus,
- 70% - 79% - dobry,
- 80% - 89% - dobry plus,
- 90% - 100% - bardzo dobry.

Ocena końcowa, wynika na podstawie przytoczonej skali, ze średniej arytmetycznej z obydwu części wyrażonej w procentach.

## 5. CAŁKOWITY NAKŁAD PRACY STUDENTA POTRZEBNY DO OSIĄGNIĘCIA ZAŁOŻONYCH EFEKTÓW W GODZINACH ORAZ PUNKTACH ECTS

Forma aktywności	Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności
Godziny z harmonogramu studiów	120
Inne z udziałem nauczyciela akademickiego (udział w konsultacjach, egzaminie)	10
Godziny niekontaktowe – praca własna studenta (przygotowanie do zajęć, egzaminu, napisanie referatu itp.)	120
SUMA GODZIN	250
<b>SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS</b>	<b>9</b>

\* Należy uwzględnić, że 1 pkt ECTS odpowiada 25-30 godzin całkowitego nakładu pracy studenta.

## 6. PRAKTYKI ZAWODOWE W RAMACH PRZEDMIOTU

wymiar godzinowy	nie dotyczy
zasady i formy odbywania praktyk	nie dotyczy

## 7. LITERATURA

Literatura podstawowa:

- [1] Dąbrowska E., Kołowrocki K., Matematyka. Geometria analityczna w przestrzeni, Wykład, Wydawnictwo Uniwersytetu Morskiego w Gdyni, 2023,
- [2] Gewert M., Skoczylas Z., Analiza matematyczna 1. Definicje, twierdzenia, wzory. Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2003,
- [3] Gewert M., Skoczylas Z., Analiza matematyczna 1. Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2015,
- [4] Gewert M., Skoczylas Z., Równania różniczkowe zwyczajne. Teoria, przykłady, zadania. Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2000,
- [5] Jurasieńska R., Szpila A., Matematyka dla studentów studiów przyrodniczych, Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego, Rzeszów 2024,
- [6] Jurlewicz T., Skoczylas Z., Algebra liniowa 1: definicje, twierdzenia, wzory, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2005,
- [7] Jurlewicz T., Skoczylas Z., Algebra liniowa 1: przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2005,
- [8] Jurlewicz T., Skoczylas Z., Algebra liniowa 2 : definicje, twierdzenia, wzory, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2005,

- [9] Jurlewicz T., Skoczylas Z. Algebra liniowa 2 : przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2005,
- [10] Krysicki W., Włodarski L., Analiza matematyczna w zadaniach, część I i II. PWN, Warszawa 2006,
- [11] Piasecka J., Algebra liniowa z elementami geometrii, Teoria, przykłady, zadania, BEL Studio, Warszawa 2019.
- [12] Szpila A., Matematyka: wybrane zagadnienia z matematyki, skrypt dla studentów kierunków technicznych, Uniwersytet Rzeszowski, Rzeszów 2013.

Literatura uzupełniająca:

- [1] Stankiewicz J., Wilczek K., Algebra z geometrią. Teoria, przykłady, zadania, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2006.
- [2] Stankiewicz J., Wilczek K., Rachunek różniczkowy i całkowy funkcji jednej zmiennej. Teoria, przykłady, zadania, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2002,
- [3] Stankiewicz J., Wilczek K., Rachunek różniczkowy i całkowy funkcji wielu zmiennych. Teoria, przykłady, zadania, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2008.

Akceptacja Kierownika Jednostki lub osoby upoważnionej