# SYLABUS

**DOTYCZY CYKLU KSZTAŁCENIA** *2026-2028*
Rok akademicki 2026/2027

**1. PODSTAWOWE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE**

| | |
|---|---|
| Nazwa przedmiotu | Analiza zespolona |
| Kod przedmiotu* | |
| Nazwa jednostki prowadzącej kierunek | Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych |
| Nazwa jednostki realizującej przedmiot | Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych<br>Instytut Matematyki |
| Kierunek studiów | Matematyka |
| Poziom studiów | studia drugiego stopnia |
| Profil | ogólnoakademicki |
| Forma studiów | stacjonarne |
| Rok i semestr/y studiów | rok I, semestr 1 |
| Rodzaj przedmiotu | kierunkowy |
| Język wykładowy | polski |
| Koordynator | dr hab. Jacek Dziok, prof. UR |
| Imię i nazwisko osoby prowadzącej / osób prowadzących | dr hab. Jacek Dziok, prof. UR |

***** *-opcjonalnie, zgodnie z ustaleniami w Jednostce*

**1.1.Formy zajęć dydaktycznych, wymiar godzin i punktów ECTS**

| Semestr (nr) | Wykł. | Ćw. | Konw. | Lab. | Sem. | ZP | Prakt. | Inne (jakie?) | **Liczba pkt ECTS** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 30 | 30 | | | | | | | 6 |

**1.2. Sposób realizacji zajęć**

☒ zajęcia w formie tradycyjnej
☐ zajęcia realizowane z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość

**1.3 Forma zaliczenia przedmiotu (z toku)** (egzamin, zaliczenie z oceną, zaliczenie bez oceny)
**egzamin**

**2.WYMAGANIA WSTĘPNE**

| |
|---|
| ZNAJOMOŚĆ RACHUNKU RÓŻNICZKOWEGO I CAŁKOWEGO FUNKCJI JEDNEJ I DWÓCH ZMIENNYCH ORAZ PODSTAWOWYCH POJĘĆ TOPOLOGII. |

## 3. CELE, EFEKTY UCZENIA SIĘ, TREŚCI PROGRAMOWE I STOSOWANE METODY DYDAKTYCZNE

### 3.1 Cele przedmiotu

| | |
|---|---|
| C1 | Zapoznanie z podstawowymi pojęciami dotyczącymi funkcji analitycznych i meromorficznych zmiennej zespolonej. |
| C2 | Zapoznanie z podstawowymi metodami i technikami stosowanymi w analizie zespolonej. |
| C3 | Przedstawienie i interpretacja podobieństw i różnic między funkcjami określonymi w dziedzinie rzeczywistej i zespolonej ze szczególnym uwzględnieniem różniczkowalności. |

### 3.2 Efekty uczenia się dla przedmiotu

| **EK** (efekt uczenia się) | Treść efektu uczenia się zdefiniowanego dla przedmiotu | Odniesienie do efektów kierunkowych[1] |
|---|---|---|
| **EK_01** | Definiuje większość klasycznych pojęć z zakresu analizy zespolonej. | K_W01 |
| **EK_02** | Formułuje i dowodzi podstawowe twierdzenia oraz ilustruje je przykładami. | K_W02 |
| **EK_03** | Umie formułować definicje i twierdzenia z zakresu analizy zespolonej i właściwie je stosować do rozwiązywania złożonych problemów matematycznych. | K_U01, K_U04 |
| **EK_04** | Umie dowodzić podstawowe twierdzenia analizy zespolonej jak i obalać hipotezy poprzez konstrukcje i dobór kontrprzykładów | K_U02, K_U03 |
| **EK_05** | Samodzielnie wyszukuje informacje w literaturze, formułuje opinie na temat podstawowych zagadnień analizy zespolonej. | K_K01 |

### 3.3 Treści programowe

A. Problematyka wykładu

| Treści merytoryczne |
|---|
| **Wiadomości wstępne:** Liczby zespolone, zbiory płaskie, płaszczyzna domknięta i sfera Riemanna, ciągi i szeregi liczbowe. |
| **Funkcje zespolone zmiennej rzeczywistej.** Granica, ciągłość, pochodna, całka. Krzywa na płaszczyźnie zespolonej. |
| **Funkcje zespolone zmiennej zespolonej.** Granica, ciągłość, różniczkowalność. Część rzeczywista i część urojona funkcji zespolonej, równania Cauchy'ego - Riemanna. Funkcje analityczne. Funkcje całkowite. Funkcje harmoniczne. |
| **Funkcje elementarne**. Funkcja wykładnicza i jej własności. Funkcje trygonometryczne i ich |

[1] W przypadku ścieżki kształcenia prowadzącej do uzyskania kwalifikacji nauczycielskich uwzględnić również efekty uczenia się ze standardów kształcenia przygotowującego do wykonywania zawodu nauczyciela.

| |
|---|
| własności. Funkcje hiperboliczne. Logarytm i potęga, gałęzie logarytmu i potęgi. Homografia. |
| **Całkowanie funkcji zespolonych.** Całki krzywoliniowe, funkcja pierwotna. Indeks punktu względem krzywej. Twierdzenie całkowe Cauchy'ego. |
| **Funkcje analityczne.** Wzór całkowy Cauchy'ego i jego zastosowania: pochodne wyższych rzędów, rozwijalność funkcji analitycznych w szereg potęgowy, zasada maksimum, twierdzenie Weierstrassa. |
| **Punkty osobliwe i residua.** Rozwiniecie funkcji analitycznej w szereg Laurenta. Punkty osobliwe odosobnione. Funkcje meromorficzne. Residuum funkcji. Twierdzenie o residuach. Residua pochodnej logarytmicznej. Zasada argumentu. Twierdzenie o identyczności. |

B. Problematyka ćwiczeń

| Treści merytoryczne |
|---|
| Liczby zespolone : różne postaci liczb zespolonych, działania na liczbach zespolonych, interpretacja geometryczna, rzut stereograficzny. |
| Ciągi i szeregi zespolone – obliczenia granic i obszarów zbieżności |
| Funkcje zespolone zmiennej rzeczywistej, krzywe na płaszczyźnie. Przykłady krzywych, wyznaczanie funkcji opisujących krzywe. |
| Funkcje zespolone zmiennej zespolonej: część rzeczywista, część urojona, granica, ciągłość, równania Cauchy'ego – Riemanna, analityczność i różniczkowalność funkcji, funkcje harmoniczne. |
| Funkcje elementarne zmiennej zespolonej. Własności i charakterystyka funkcji elementarnych. |
| Podstawowe metody wyznaczania całki zespolonej. |
| Obliczanie całek ze wzoru całkowego Cauchy'ego i jego uogólnień. |
| Rozwijanie funkcji w szereg Laurenta. |
| Wyznaczanie residuów funkcji. |
| Wyznaczanie całek za pomocą twierdzenia o residuach. |

### 3.4 Metody dydaktyczne

WYKŁAD PROBLEMOWY W FORMIE TRADYCYJNEJ
ĆWICZENIA: PRACA W GRUPACH I INDYWIDUALNA – ROZWIĄZYWANIE ZADAŃ I DOWODZENIE TWIERDZEŃ.

## 4. METODY I KRYTERIA OCENY

### 4.1 Sposoby weryfikacji efektów uczenia się

| Symbol efektu | Metody oceny efektów uczenia się ( np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć) | Forma zajęć dydaktycznych (w, ćw, ...) |
|---|---|---|
| EK_01 | egzamin, obserwacja w trakcie zajęć | wykład |
| EK_02 | egzamin, obserwacja w trakcie zajęć | wykład |
| EK_03 | kolokwium, egzamin, obserwacja w trakcie zajęć | wykład, ćwiczenia |
| EK_04 | kolokwium, egzamin, obserwacja w trakcie zajęć | wykład, ćwiczenia |
| EK_06 | obserwacja w trakcie zajęć | wykład, ćwiczenia |

**4.2 Warunki zaliczenia przedmiotu (kryteria oceniania)**

**Zaliczenie ćwiczeń** odbywa się na podstawie kolokwiów i aktywności na zajęciach. Warunkiem uzyskania zaliczenia ćwiczeń jest zdobycie co najmniej 50% punktów z każdego kolokwium. Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali:

- poniżej 50% pkt. – brak zaliczenia,
- [50 – 60%) pkt. – dostateczny,
- [60 – 70%) pkt. – plus dostateczny,
- [70 – 80%) pkt. – dobry,
- [80 – 90%) pkt. – plus dobry,
- [90– 100%] pkt. – bardzo dobry.

Aktywność na ćwiczeniach może podnieść ocenę co najwyżej o pół stopnia.

**Zaliczenie wykładu** odbywa się na podstawie sprawdzianów opanowania materiału wykładowego. Warunkiem uzyskania zaliczenia wykładu jest zdobycie co najmniej 25% punktów z pisanych sprawdzianów.

**Egzamin.** Studenci zdają egzamin po 1 semestrze. Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest uzyskanie zaliczenia z wykładu i ćwiczeń. Egzamin jest w formie pisemnej i obejmuje część zadaniową i część teoretyczną. Warunkiem zdania egzaminu jest uzyskanie z niego co najmniej 50% punktów. Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali:

- poniżej 50% pkt. – brak zaliczenia,
- [50 – 60%) pkt. – dostateczny,
- [60 – 70%) pkt. – plus dostateczny,
- [70 – 80%) pkt. – dobry,
- [80 – 90%) pkt. – plus dobry,
- [90– 100%] pkt. – bardzo dobry.

**STUDENT, KTÓRY NIE ZDA EGZAMINU MA PRAWO DO EGZAMINU POPRAWKOWEGO PISANEGO NA ZASADACH EGZAMINU W SESJI PODSTAWOWEJ.**

## 5. CAŁKOWITY NAKŁAD PRACY STUDENTA POTRZEBNY DO OSIĄGNIĘCIA ZAŁOŻONYCH EFEKTÓW W GODZINACH ORAZ PUNKTACH ECTS

| Forma aktywności | Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności |
|---|---|
| Godziny z harmonogramu studiów | 30+30=60 |
| Inne z udziałem nauczyciela akademickiego (udział w konsultacjach, egzaminie) | 4 |
| Godziny niekontaktowe – praca własna studenta (przygotowanie do zajęć, egzaminu, napisanie referatu itp.) | 86 |
| SUMA GODZIN | 150 |
| **SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS** | 6 |

** Należy uwzględnić, że 1 pkt ECTS odpowiada 25-30 godzin całkowitego nakładu pracy studenta.*

## 6. PRAKTYKI ZAWODOWE W RAMACH PRZEDMIOTU

| | |
|---|---|
| wymiar godzinowy | Nie dotyczy |
| zasady i formy odbywania praktyk | Nie dotyczy |

## 7. LITERATURA

Literatura podstawowa:

1. F. Leja, Funkcje zespolone, Wydawnictwo Naukowe PWN 2006.
2. A. Ganczar, Analiza zespolona w zadaniach, Wydawnictwo Naukowe PWN 2010.
3. J. Krzyż, Zbiór zadań z funkcji analitycznych, Wydawnictwo Naukowe PWN 2005.
4. E. Kącki, L. Siewierski, Wybrane działy matematyki wyższej z ćwiczeniami, Wyższa Szkoła Informatyki w Łodzi 2002.
5. J. Chądzyński, Wstęp do analizy zespolonej, Wydawnictwo Naukowe PWN 2000.
6. B. Szafnicki, Zadania z funkcji zespolonych, PWN Warszawa 1971.

Literatura uzupełniająca:

***1.*** W. Rudin, Analiza rzeczywista i zespolona, PWN Warszawa 1998.
***2.*** B. W. Szabat, Wstęp do analizy zespolonej, PWN Warszawa 1974.

Akceptacja Kierownika Jednostki lub osoby upoważnionej