

SYLABUS
DOTYCZY CYKLU KSZTAŁCENIA 2026-2028
(skrajne daty)
Rok akademicki 2026/2027

1. PODSTAWOWE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

Nazwa przedmiotu	Statystyka matematyczna
Kod przedmiotu*	
Nazwa jednostki prowadzącej kierunek	Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych
Nazwa jednostki realizującej przedmiot	Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych Instytut Matematyki
Kierunek studiów	Matematyka
Poziom studiów	studia drugiego stopnia
Profil	ogólnoakademicki
Forma studiów	stacjonarne
Rok i semestr/y studiów	rok I, semestr 2
Rodzaj przedmiotu	specjalnościowy
Język wykładowy	polski
Koordinator	dr hab. prof. UR Rostyslav Hryniv
Imię i nazwisko osoby prowadzącej / osób prowadzących	dr hab. prof. UR Rostyslav Hryniv

* -opcjonalnie, zgodnie z ustaleniami w Jednostce

1.1. Formy zajęć dydaktycznych, wymiar godzin i punktów ECTS

Semestr (nr)	Wykł.	Ćw.	Konw.	Lab.	Sem.	ZP	Prakt.	Inne (jakie?)	Liczba pkt. ECTS
2	15			15					3

1.2. Sposób realizacji zajęć

- ☒ zajęcia w formie tradycyjnej
- ☒ zajęcia realizowane z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość

1.3 Forma zaliczenia przedmiotu (z toku) (egzamin, zaliczenie z oceną, zaliczenie bez oceny)

Ćwiczenia laboratoryjne - zaliczenie na ocenę
Wykład - zaliczenie

2. WYMAGANIA WSTĘPNE

Znajomość rachunku prawdopodobieństwa w zakresie przedmiotu Rachunek prawdopodobieństwa (semestr 1) oraz podstaw statystyki na poziomie studiów I stopnia. Znajomość podstaw algebry liniowej (rachunek macierzowy, wartości i wektory własne). Podstawowe umiejętności programowania, wskazana znajomość języka R.

3. CELE, EFEKTY UCZENIA SIĘ, TREŚCI PROGRAMOWE I STOSOWANE METODY DYDAKTYCZNE

3.1 Cele przedmiotu

C1	Zapoznanie studentów z metodami wnioskowania statystycznego (estymacja parametrów, weryfikacja hipotez, metody resamplingowe i bayesowskie) oraz modelami statystycznymi stosowanymi w analizie danych (regresja liniowa i logistyczna, metody wielowymiarowe, szeregi czasowe).
C2	Wykształcenie u studentów umiejętności posługiwania się metodami rachunku prawdopodobieństwa i statystyki do opisu i rozwiązywania różnorodnych problemów
C3	Wykształcenie u studentów umiejętności wykorzystania pakietów informatycznych w celu wizualizacji danych i ich analizie statystycznej

3.2 Efekty uczenia się dla przedmiotu

EK (efekt uczenia się)	Treść efektu uczenia się zdefiniowanego dla przedmiotu	Odniesienie do efektów kierunkowych ¹
EK_01	Student zna i rozumie w pogłębionym stopniu metody wnioskowania statystycznego (estymacja, weryfikacja hipotez, metody resamplingowe i bayesowskie) oraz modele statystyczne stosowane w analizie danych, a także założenia i ograniczenia ich stosowania	K_Wo3, K_Wo6
EK_02	Student potrafi uzasadniać własności estymatorów i procedur testowych, przeprowadzając dowody z wykorzystaniem narzędzi rachunku prawdopodobieństwa. Student potrafi dobrać, zbudować i zweryfikować model statystyczny dla rzeczywistych danych, przeprowadzić analizę z wykorzystaniem języka R oraz zinterpretować i zaprezentować jej wyniki w formie projektu	K_Uo6, K_Uo8
EK_03	Student jest gotów do krytycznej oceny wyników analiz statystycznych i posiadanej wiedzy, formułowania pytań służących zrozumieniu badanego problemu oraz dyskusji nad przyjętymi założeniami i wnioskami	K_Ko1

3.3 Treści programowe

A. Problematyka wykładu

Treści merytoryczne
1. Wprowadzenie do wnioskowania statystycznego: model statystyczny, próba, statystyka, estymator; obciążenie, wariancja i błąd średniokwadratowy estymatora.
2. Rozkłady próbkowe: rozkłady chi-kwadrat, t-Studenta i F-Snedecora; rozkład średniej z próby w dużych próbach.
3. Estymacja punktowa: metoda momentów, metoda największej wiarygodności; zgodność, nieobciążoność, efektywność; nierówność Cramera–Rao.

¹ W przypadku ścieżki kształcenia prowadzącej do uzyskania kwalifikacji nauczycielskich uwzględnić również efekty uczenia się ze standardów kształcenia przygotowującego do wykonywania zawodu nauczyciela.

4. Estymacja przedziałowa: metoda funkcji centralnej, przedziały ufności dla średniej, wariancji i wskaźnika struktury.
5. Weryfikacja hipotez statystycznych: błędy I i II rodzaju, moc testu, p-wartość; lemat Neymana–Pearsona, test ilorazu wiarygodności; problem wielokrotnego testowania..
6. Testy parametryczne: testy t, test F, testy chi-kwadrat; jednoczynnikowa analiza wariancji.
7. Testy nieparametryczne: testy zgodności (chi-kwadrat, Kołmogorowa–Smirnowa), testy normalności, testy rangowe.
8. Metody resamplingowe: bootstrap, bootstrapowe przedziały ufności, testy permutacyjne.
9. Model regresji liniowej: metoda najmniejszych kwadratów, twierdzenie Gaussa–Markowa, wnioskowanie o parametrach, współczynnik determinacji.
10. Regresja liniowa – naruszenia założeń i dobór modelu: heteroskedastyczność, autokorelacja, współliniowość, obserwacje odstające i wpływowe; kryteria informacyjne.
11. Regresja logistyczna i klasyfikacja: model, estymacja, interpretacja parametrów; macierz pomyłek, krzywa ROC.
12. Metody wielowymiarowe: wielowymiarowy rozkład normalny, macierz kowariancji z próby, analiza składowych głównych.
13. Wnioskowanie bayesowskie: rozkład a priori i a posteriori, rozkłady sprzężone, przedziały wiarygodności; elementy metod MCMC.
14. Szeregi czasowe i wykrywanie anomalii: trend, sezonowość, stacjonarność, funkcja autokorelacji, model AR; statystyczne metody wykrywania anomalii.
15. Kolokwium zaliczeniowe.

B. Problematyka ćwiczeń laboratoryjnych

Treści merytoryczne

1. Pozyskiwanie, czyszczenie i eksploracja danych w języku R; statystyki opisowe i wizualizacja. Omówienie zasad realizacji projektu.
2. Symulacyjne badanie rozkładów próbkowych i centralnego twierdzenia granicznego.
3. Wyznaczanie estymatorów metodą momentów i metodą największej wiarygodności (w tym numerycznie); symulacyjne porównanie estymatorów.
4. Wyznaczanie przedziałów ufności; symulacyjna weryfikacja poziomu pokrycia.
5. Przeprowadzanie testów i interpretacja p-wartości; wyznaczanie krzywych mocy testu.
6. Stosowanie testów parametrycznych i analizy wariancji do porównywania grup danych.
7. Stosowanie testów nieparametrycznych i testów normalności; porównanie z testami parametrycznymi.
8. Wyznaczanie bootstrapowych przedziałów ufności; testy permutacyjne.
9. Budowa i interpretacja modelu regresji liniowej; diagnostyka reszt.
10. Wykrywanie i korekta naruszeń założeń modelu regresji; porównywanie i wybór modeli.
11. Budowa i ocena modeli klasyfikacyjnych opartych na regresji logistycznej (np. wykrywanie spamu lub nadużyć).
12. Analiza macierzy korelacji i analiza składowych głównych dla danych wielowymiarowych.
13. Estymacja bayesowska: rozkłady sprzężone, prosty algorytm Metropolis–Hastingsa.

14. Analiza szeregów czasowych i wykrywanie anomalii (np. w danych o ruchu sieciowym lub logach systemowych).
15. Prezentacja i obrona projektów.

3.4 Metody dydaktyczne

Wykład: wykład z prezentacją multimedialną, z elementami wykładu problemowego; metody kształcenia na odległość.

Ćwiczenia laboratoryjne: praca przy komputerze w środowisku R, rozwiązywanie zadań z wykorzystaniem symulacji komputerowych, analiza rzeczywistych zbiorów danych; metoda projektu (indywidualny lub zespołowy projekt z analizy danych, zakończony prezentacją).

4. METODY I KRYTERIA OCENY

4.1 Sposoby weryfikacji efektów uczenia się

Symbol efektu	Metody oceny efektów uczenia się (np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć)	Forma zajęć dydaktycznych (w, ćw, ...)
EK_01	kolokwium testowe, prezentacja projektu	wykład, ćwiczenia laboratoryjne
EK_02	kolokwium testowe (zadanie otwarte), obserwacja w trakcie zajęć, zadania laboratoryjne, projekt, prezentacja projektu, odpowiedź ustna podczas obrony projektu	ćwiczenia laboratoryjne
EK_03	obserwacja w trakcie zajęć, dyskusja podczas prezentacji projektów	ćwiczenia laboratoryjne

4.2 Warunki zaliczenia przedmiotu (kryteria oceniania)

Zaliczenie ćwiczeń laboratoryjnych na podstawie wykonanych zadań laboratoryjnych oraz projektu z analizy danych, przygotowanego w języku R i zaprezentowanego na ostatnich zajęciach. Ocenie podlegają: poprawność doboru i zastosowania metod statystycznych (40%), jakość analizy i kodu w R (30%), interpretacja wyników oraz prezentacja i odpowiedzi na pytania (30%). Warunkiem zaliczenia jest uzyskanie co najmniej 50% punktów. Ocena jest wówczas ustalana według skali:

- poniżej 50% pkt. – brak zaliczenia,
- [50–60%) pkt. – dostateczny,
- [60–70%) pkt. – plus dostateczny,
- [70–80%) pkt. – dobry,
- [80–90%) pkt. – plus dobry,
- [90–100%] pkt. – bardzo dobry.

Aktywność na zajęciach może podnieść ocenę co najwyżej o pół stopnia.

Zaliczenie wykładu na podstawie kolokwium testowego zawierającego pytania zamknięte oraz zadanie otwarte; warunkiem zaliczenia jest uzyskanie co najmniej 50% punktów. Ocena końcowa z przedmiotu jest równa ocenie z ćwiczeń laboratoryjnych, pod warunkiem uzyskania zaliczenia wykładu.

5. CAŁKOWITY NAKŁAD PRACY STUDENTA POTRZEBNY DO OSIĄGNIĘCIA ZAŁOŻONYCH EFEKTÓW W GODZINACH ORAZ PUNKTACH ECTS

Forma aktywności	Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności
Godziny z harmonogramu studiów	30
Inne z udziałem nauczyciela akademickiego (udział w konsultacjach, egzaminie)	5
Godziny niekontaktowe – praca własna studenta (przygotowanie do zajęć, egzaminu, napisanie referatu itp.)	40
SUMA GODZIN	75
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS	3

* Należy uwzględnić, że 1 pkt ECTS odpowiada 25-30 godzin całkowitego nakładu pracy studenta.

6. PRAKTYKI ZAWODOWE W RAMACH PRZEDMIOTU

wymiar godzinowy	Nie dotyczy
zasady i formy odbywania praktyk	Nie dotyczy

7. LITERATURA

Literatura podstawowa: 1. L. Gajek, M. Kałużka, Wnioskowanie statystyczne, WNT, Warszawa 1999. 2. M. Krzyśko, Statystyka matematyczna, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2004. 3. W. Krywicki, J. Bartos, W. Dyczka, K. Królikowska, M. Wasilewski, Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach, cz. 2, PWN, Warszawa 1997. 4. P. Bruce, A. Bruce, P. Gedeck, Statystyka praktyczna w data science. 50 kluczowych zagadnień w językach R i Python, wyd. II, Helion, Gliwice 2021. 5. G. James, D. Witten, T. Hastie, R. Tibshirani, An Introduction to Statistical Learning with Applications in R, 2nd ed., Springer, New York 2021 (dostęp otwarty).
Literatura uzupełniająca: 1. C. Domański, K. Pruska, Nieklasyczne metody statystyczne, PWE, Warszawa 2000. 2. A. Jokiel-Rokita, R. Magiera, Modele i metody statystyki matematycznej w zadaniach, wyd. 4 rozszerz., Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2018. 3. D. D. Wackerly, W. Mendenhall, R. L. Scheaffer, Mathematical Statistics with Applications, Thomson, Belmont 2008. 4. P. Biecek, Przewodnik po pakiecie R (wersja elektroniczna dostępna na stronie autora: biecek.pl/R). 5. Starzyńska W.: Statystyka praktyczna. PWN, Warszawa 2000 6. Dennis D. Wackerly, Mathematical Statistics with Applications, Thomson, 2008

Akceptacja Kierownika Jednostki lub osoby upoważnionej