

SYLABUS

DOTYCZY CYKLU KSZTAŁCENIA 2022/2025

(skrajne daty)

Rok akademicki 2023/2024

1. PODSTAWOWE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

Nazwa przedmiotu	Matematyka dyskretna
Kod przedmiotu*	
Nazwa jednostki prowadzącej kierunek	Kolegium Nauk Przyrodniczych
Nazwa jednostki realizującej przedmiot	Kolegium Nauk Przyrodniczych Instytut Matematyki
Kierunek studiów	Matematyka
Poziom studiów	studia I stopnia
Profil	ogólnoakademicki
Forma studiów	stacjonarne
Rok i semestr/y studiów	rok II, semestr 3
Rodzaj przedmiotu	przedmiot kierunkowy
Język wykładowy	język polski
Koordinator	dr hab. Stanisława Kanas, prof. UR
Imię i nazwisko osoby prowadzącej / osób prowadzących	dr hab. Stanisława Kanas, prof. UR, dr Edyta Trybucka

* -opcjonalnie, zgodnie z ustaleniami w Jednostce

1.1. Formy zajęć dydaktycznych, wymiar godzin i punktów ECTS

Semestr (nr)	Wykł.	Ćw.	Konw.	Lab.	Sem.	ZP	Prakt.	Inne (jakie?)	Liczba pkt. ECTS
3	30	30							6

1.2. Sposób realizacji zajęć

☒ zajęcia w formie tradycyjnej

☒ zajęcia realizowane z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość

1.3 Forma zaliczenia przedmiotu (z toku) (egzamin, zaliczenie z oceną, zaliczenie bez oceny)

EGZAMIN

2. WYMAGANIA WSTĘPNE

Analiza matematyczna I, Algebra I, Podstawy logiki i teorii mnogości

3. CELE, EFEKTY UCZENIA SIĘ, TREŚCI PROGRAMOWE I STOSOWANE METODY DYDAKTYCZNE

3.1 Cele przedmiotu

C ₁	Zapoznanie z podstawowymi pojęciami dotyczącymi równań rekurencyjnych i metod ich rozwiązywania oraz metod dowodzenia przy pomocy indukcji matematycznej.
C ₂	Zapoznanie z podstawowymi metodami zliczania zbiorów i funkcji. Stosowanie poznanych narzędzi i wzorów zliczania.
C ₃	Poznanie elementów teorii liczb, arytmetyki modularnej, wykonywanie obliczeń modulo. Zastosowania w rozkładzie na czynniki pierwsze, testach pierwszości i szyfrowaniu.
C ₄	Poznanie podstaw kombinatoryki i zliczania zbiorów i funkcji. Zastosowania.
C ₅	Poznanie podstaw teorii grafów oraz ich zastosowań.

3.2 Efekty uczenia się dla przedmiotu

EK (efekt uczenia się)	Treść efektu uczenia się zdefiniowanego dla przedmiotu	Odniesienie do efektów kierunkowych ¹
EK_01	Student zna i rozumie podstawowe pojęcia oraz metody służące do opisu problemów z zakresu matematyki dyskretnej, posiada wiedzę dotyczącą metod dowodowych stosowanych w matematyce dyskretnej. Student posiada wiedzę dotyczącą technik obliczeniowych stosowanych w matematyce dyskretnej, rozumie znaczenie dowodu w matematyce oraz istotność założeń w rozumowaniach matematycznych. Potrafi ilustrować znane pojęcia przykładami, a przy pomocy kontrprzykładu potrafi obalić fałszywe hipotezy i niepoprawne rozumowania. Student zna metody matematyki dyskretnej: indukcję matematyczną, teorię równań rekurencyjnych, techniki i własności zliczania zbiorów i funkcji, pojęcia i twierdzenia arytmetyki modularnej, stosuje podstawowe testy pierwszości i szyfry, rozpoznaje grafy, tworzy minimalne drzewa rozpinające. Zna i rozumie dylematy współczesnej cywilizacji, przy których opisie i wyjaśnieniu pomocna jest matematyka dyskretna.	K_Wo1, K_Wo2 K_Wo3, K_Wo4, K_Wo8
EK_02	Student poprawnie w zrozumiały sposób formułuje definicje i twierdzenia, umie analizować problemy i znajdować ich rozwiązania w oparciu o poznaną wiedzę, formułować opinie na temat podstawowych zagadnień matematyki dyskretnej, rozumie znaczenie matematyki dyskretnej w matematyce. Potrafi posługiwać się terminologią matematyki dyskretnej przy definiowaniu pojęć, formułowaniu twierdzeń i opracowywaniu prostych modeli matematycznych. Dostrzega obecność	K_Uo1, K_Uo2, K_U10

¹ W przypadku ścieżki kształcenia prowadzącej do uzyskania kwalifikacji nauczycielskich uwzględnić również efekty uczenia się ze standardów kształcenia przygotowującego do wykonywania zawodu nauczyciela.

	problematyki matematyki dyskretnej w różnych zagadnieniach matematycznych i informatycznych. Rozumie relacje między teorią liczb a kryptografią.	
EK_o3	Student jest gotów do uznania ograniczeń własnej wiedzy i własnych umiejętności, a w związku z tym rozumie potrzebę ciągłego uczenia się poprzez samodzielne wyszukiwanie w literaturze i w Internecie informacji dotyczących omawianych na zajęciach zagadnień. Wyraża opinie na temat teoretycznych i praktycznych zagadnień z matematyki. Student rozumie potrzebę stosowania zdobytej wiedzy w praktyce, korzystając z opinii ekspertów, określa priorytety służące rozwiązaniu zadania. Student jest gotów do prezentowania krytycznej postawy wobec odbieranych treści, w szczególności niemających logicznego uzasadnienia.	K_Ko1, K_Ko2, K_Ko3

3.3 Treści programowe

A. Problematyka wykładu

Treści merytoryczne
Indukcja i rekurencja. Silna i słaba zasada indukcji matematycznej, rekurencja, wieże Hanoi, równania rekurencyjne, iterowanie równań rekurencyjnych, drzewa rekursji, twierdzenie o rekurencji uniwersalnej
Elementy teorii liczb. Największy wspólny dzielnik, algorytm Euklidesa, rozszerzony algorytm Euklidesa, kongruencje, odwrotność multiplikatywna, małe twierdzenie Fermata, chińskie twierdzenie o resztach. Arytmetyka modularna, potęgowanie modularne.
Kryptografia. Wprowadzenie do kryptografii, szyfry z kluczem prywatnym i z kluczem publicznym, algorytm RSA – konstrukcja oraz podstawy teoretyczne.
Przeliczanie. Podstawowe prawa przeliczania, zbiory, równoliczność zbiorów, k-elementowe permutacje zbiorów, podzbiory, permutacje, właściwości symbolu Newtona, dwumian Newtona, trójkąt Pascala. Kombinacje, wariacje, współczynniki dwumianowe i wielomianowe.
Wstęp do teorii grafów. Podstawowe własności grafów, drzewa, minimalne drzewo rozpinające, grafy eulerowskie, grafy hermitowskie – problem komiwojażera, grafy planarne, kolorowanie wierzchołkowe i krawędziowe grafów, skojarzenia w grafach i grafach dwudzielnych, grafy skierowane, przepływy w grafach.

B. Problematyka ćwiczeń audytoryjnych

Treści merytoryczne
Indukcja i rekurencja. Silna i słaba zasada indukcji matematycznej, rekurencja, wieże Hanoi, równania rekurencyjne, iterowanie równań rekurencyjnych, drzewa rekursji, twierdzenie o rekurencji uniwersalnej

Elementy teorii liczb. Największy wspólny dzielnik, algorytm Euklidesa, rozszerzony algorytm Euklidesa, kongruencje, odwrotność multiplikatywna, małe twierdzenie Fermata, chińskie twierdzenie o resztach. Arytmetyka modularna, potęgowanie modularne.
Kryptografia. Wprowadzenie do kryptografii, szyfry z kluczem prywatnym i z kluczem publicznym, algorytm RSA – konstrukcja oraz podstawy teoretyczne.
Przeliczanie. Podstawowe prawa przeliczania, zbiory, równoliczność zbiorów, k-elementowe permutacje zbiorów, podzbiory, permutacje, właściwości symbolu Newtona, dwumian Newtona, trójkąt Pascala. Kombinacje, wariacje, współczynniki dwumianowe i wielomianowe.
Wstęp do teorii grafów. Podstawowe własności grafów, drzewa, minimalne drzewo rozpinające, grafy eulerowskie, grafy hermitowskie – problem komiwojażera, grafy planarne, kolorowanie wierzchołkowe i krawędziowe grafów, skojarzenia w grafach i grafach dwudzielnych, grafy skierowane, przepływy w grafach.

3.4 Metody dydaktyczne

Wykład: Wykład tradycyjny z elementami prezentacji multimedialnej.

Ćwiczenia: Analiza zadań problemowych z dyskusją, rozwiązywanie zadań.

4. METODY I KRYTERIA OCENY

4.1 Sposoby weryfikacji efektów uczenia się

Symbol efektu	Metody oceny efektów uczenia się (np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć)	Forma zajęć dydaktycznych (w, ćw, ...)
EK_01	Kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_02	Kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_03	Kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia

4.2 Warunki zaliczenia przedmiotu (kryteria oceniania)

Zaliczenie ćwiczeń na podstawie kolokwiów i aktywności na zajęciach.

Warunkiem uzyskania zaliczenia ćwiczeń jest zdobycie co najmniej 50% punktów z każdego kolokwium. Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali:

- poniżej 50% pkt. – brak zaliczenia,
- [50 – 60%] pkt. – dostateczny,
- [60 – 70%] pkt. – plus dostateczny,
- [70 – 80%] pkt. – dobry,

- [80 – 90%] pkt. – plus dobry,
- [90– 100%] pkt. – bardzo dobry.

Aktywność na ćwiczeniach może podnieść ocenę co najwyżej o pół stopnia.

Egzamin: Egzamin: egzamin składa się z części teoretycznej i praktycznej. Warunkiem dopuszczenia do egzaminu jest zaliczenie ćwiczeń. Warunkiem zdania egzaminu jest uzyskanie z niego co najmniej 50% punktów. Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali:

- poniżej 50% pkt. – niedostateczny,
- [50 – 60%] pkt. – dostateczny,
- [60 – 70%] pkt. – plus dostateczny,
- [70 – 80%] pkt. – dobry,
- [80 – 90%] pkt. – plus dobry,
- [90 – 100%] pkt. – bardzo dobry

W przypadkach wątpliwych decyduje rozmowa ze studentem.

5. CAŁKOWITY NAKŁAD PRACY STUDENTA POTRZEBNY DO OSIĄGNIĘCIA ZAŁOŻONYCH EFEKTÓW W GODZINACH ORAZ PUNKTACH ECTS

Forma aktywności	Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności
Godziny kontaktowe wynikające z harmonogramu studiów	30+30=60
Inne z udziałem nauczyciela akademickiego (udział w konsultacjach, egzaminie)	20
Godziny niekontaktowe – praca własna studenta (przygotowanie do zajęć, egzaminu, napisanie referatu itp.)	70
SUMA GODZIN	150
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS	6

** Należy uwzględnić, że 1 pkt ECTS odpowiada 25-30 godzin całkowitego nakładu pracy studenta.*

6. PRAKTYKI ZAWODOWE W RAMACH PRZEDMIOTU

wymiar godzinowy	-
zasady i formy odbywania praktyk	-

7. LITERATURA

Literatura podstawowa:

1. S. Kanas, Matematyka dyskretna, Wydawnictwo UR, 2020.
2. J. Grygiel, Wprowadzenie do matematyki dyskretnej, Akademicka Oficyna wydawnicza EXIT, Warszawa 2007
3. V.Bryant, Aspekty kombinatoryki, WNT 1977.
4. R.L.Graham, D.E.Knuth, O.Patashnik, Matematyka Konkretna, PWN Warszawa 1996.

5. W.Lipski, Kombinatoryka dla programistów, WNT 2004.
6. W.Lipski, W.Marek, Analiza kombinatoryczna, PWN Warszawa 1986.
7. K.A.Ross, Ch.R.B.Wright, Matematyka Dyskretna, PWN Warszawa 1996.
8. Z.Pałka, A.Ruciński, Wykłady z kombinatoryki, WNT Warszawa 1998.
9. R.J.Wilson, Wprowadzenie do teorii grafów, PWN Warszawa 1985.

Literatura uzupełniająca:

10. Kenneth H. Rosen, *Discrete mathematics and its applications* (7th edition), Mc Graw Hill, 2012
11. N.L.Biggs, *Discrete Mathematics*, Oxford University Press 1989.
12. B.Bollobas, *Modern Graph Theory*, Springer 1998.
13. Th.H.Cormen, Ch.E.Leiserson, R.L.Rivest, C.Stein, *Wprowadzenie do algorytmów*, WNT, 2004.
14. R.Diestel, *Graph Theory*, Springer 1997.
15. G.Polya, R.E.Tarjan, D.R.Woods, *Notes on Introductory Combinatorics*, Birkhauser 1983.
16. J.Riordan, *An Introduction to Combinatorial Analysis*, Princeton University Press 1978.

Akceptacja Kierownika Jednostki lub osoby upoważnionej