*Załącznik nr 1.5 do Zarządzenia Rektora UR nr 7/2023*

# SYLABUS

**DOTYCZY CYKLU KSZTAŁCENIA** *2024/25-2027/28*
*(skrajne daty)*

Rok akademicki 2024/2025

**1. PODSTAWOWE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE**

| | |
|---|---|
| Nazwa przedmiotu | Algebra liniowa z geometrią |
| Kod przedmiotu* | |
| nazwa jednostki prowadzącej kierunek | Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych |
| Nazwa jednostki realizującej przedmiot | Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych |
| Kierunek studiów | Inżynieria materiałowa |
| Poziom studiów | studia I stopnia inżynierskie |
| Profil | Ogólnoakademicki |
| Forma studiów | Studia stacjonarne |
| Rok i semestr/y studiów | I rok I semestr |
| Rodzaj przedmiotu | Przedmiot podstawowy |
| Język wykładowy | polski |
| Koordynator | dr Anna Szpila |
| Imię i nazwisko osoby prowadzącej / osób prowadzących | dr Anna Szpila, dr Edyta Trybucka |

***** *-opcjonalnie, zgodnie z ustaleniami w Jednostce*

**1.1.Formy zajęć dydaktycznych, wymiar godzin i punktów ECTS**

| Semestr (nr) | Wykł. | Ćw. | Konw. | Lab. | Sem. | ZP | Prakt. | Inne (jakie?) | **Liczba pkt. ECTS** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 30 | 30 | | | | | | | 5 |

**1.2. Sposób realizacji zajęć**

☒ zajęcia w formie tradycyjnej

☐ zajęcia realizowane z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość

**1.3 Forma zaliczenia przedmiotu (z toku)** (egzamin, zaliczenie z oceną, zaliczenie bez oceny)

WYKŁAD – EGZAMIN

ĆWICZENIA – ZALICZENIE Z OCENĄ

**2.WYMAGANIA WSTĘPNE**

| |
|---|
| Wiadomości z zakresu szkoły ponadgimnazjalnej |

## 3. CELE, EFEKTY UCZENIA SIĘ , TREŚCI PROGRAMOWE I STOSOWANE METODY DYDAKTYCZNE

### 3.1 Cele przedmiotu

| | |
|---|---|
| C1 | Zapoznanie z podstawowymi pojęciami algebry liniowej. |
| C2 | Zapoznanie z podstawowymi pojęciami geometrii analitycznej. |
| C3 | Zapoznanie z podstawowymi metodami dowodowymi stosowanymi w algebrze liniowej i geometrii analitycznej. |
| C4 | Zapoznanie z podstawowymi technikami obliczeniowymi stosowanymi w algebrze liniowej i geometrii analitycznej. |

### 3.2 Efekty uczenia się dla przedmiotu

| **EK** (efekt uczenia się) | Treść efektu uczenia się zdefiniowanego dla przedmiotu | Odniesienie do efektów kierunkowych [1] |
|---|---|---|
| EK_01 | student zna i rozumie klasyczne pojęcia z algebry liniowej i geometrii analitycznej; | K_W01 |
| EK_02 | student zna i rozumie podstawowe techniki obliczeniowe stosowane w algebrze liniowej i geometrii analitycznej; | K_W01 |
| EK_03 | student zna przykłady zastosowań aparatu matematycznego właściwego dla algebry liniowej i geometrii analitycznej do opisu zagadnień fizycznych i technicznych; | K_W01 |
| EK_04 | student rozpoznaje struktury algebraiczne; | K_U01 |
| EK_05 | student działa na liczbach zespolonych i wykorzystuje liczby zespolone do opisu różnych zjawisk; | K_U01 |
| EK_06 | student działa na macierzach, oblicza wyznaczniki, rozwiązuje różnymi metodami układy równań liniowych, modeluje rzeczywistość za pomocą układów równań liniowych; | K_U01 |
| EK_07 | student wykonuje działania na wektorach i interpretuje zjawiska z wykorzystaniem pojęcia wektora; | K_U01 |
| EK_08 | student analizuje podstawowe przestrzenie wektorowe i ich własności, rozpoznaje odwzorowania liniowe oraz wyznacza reprezentacje macierzowe odwzorowań liniowych; | K_U01, K_U06 |
| EK_09 | student opisuje na różne sposoby proste, krzywe stożkowe i płaszczyzny oraz ich wzajemne położenie; | K_U01, K_U06 |
| EK_10 | student jest gotów do wzbogacania własnej wiedzy i umiejętności w zakresie stosowania aparatu matematycznego do rozwiazywania różnych problemów związanych z kierunkiem studiów. | K_K01 |

[1] W przypadku ścieżki kształcenia prowadzącej do uzyskania kwalifikacji nauczycielskich uwzględnić również efekty uczenia się ze standardów kształcenia przygotowującego do wykonywania zawodu nauczyciela.

| | | |
|---|---|---|
| EK_11 | student jest gotów do ustalenia priorytetów służących realizacji określonego przez siebie lub innych zadania, organizuje pracę własną oraz potrafi wykonywać zadania zespołowe; | K_K03 |

### 3.3 Treści programowe

A. Problematyka wykładu

| Treści merytoryczne |
|---|
| Działania: podstawowe własności i przykłady. |
| Struktury algebraiczne: przegląd podstawowych struktur algebraicznych: grupy, ciała. |
| Ciało liczb zespolonych: postać algebraiczna, trygonometryczna i wykładnicza liczby zespolonej, działania na liczbach zespolonych, wzór de Moivre'a, pierwiastki z liczby zespolonej, interpretacje geometryczne zbiorów liczb zespolonych. |
| Przestrzenie liniowe: kombinacja liniowa wektorów, liniowa zależność i niezależność wektorów, baza przestrzeni liniowej, wymiar przestrzeni liniowej, podprzestrzeń liniowa. |
| Macierze: podstawowe pojęcia, różne typy macierzy, działania na macierzach. |
| Wyznacznik macierzy kwadratowej: definicja wyznacznika, własności wyznaczników, metody obliczania wyznaczników, wzór Laplace'a, macierz odwrotna, minory i rząd macierzy. |
| Układy równań liniowych: twierdzenie Kroneckera-Capellego, ogólna postać rozwiązań układu równań liniowych, badanie układu równań, wzory Cramera, metoda eliminacji Gaussa. |
| Odwzorowania liniowe: definicja odwzorowania liniowego, jądro i obraz odwzorowania liniowego, monomorfizm, epimorfizm, izomorfizm. |
| Endomorfizmy: wartość własna i wektor własny endomorfizmu i macierzy, wielomian charakterystyczny, widmo macierzy. |
| Formy kwadratowe: definicja formy kwadratowej, określoność formy kwadratowej i metody jej badania (twierdzenie Lagrange'a i Sylvestera, kryterium wartości własnych), diagonalizacja formy kwadratowej (sprowadzanie do postaci kanonicznej). |
| Wektory: działania na wektorach w R3: dodawanie, odejmowanie, mnożenie przez skalar, iloczyn skalarny, iloczyn wektorowy, iloczyn mieszany. |
| Geometria analityczna w R2: Prosta na płaszczyźnie. Definicje i równania krzywych stożkowych. |
| Geometria analityczna w R3: Prosta i płaszczyzna w przestrzeni. |

B. Problematyka ćwiczeń, konwersatoriów, laboratoriów, zajęć praktycznych

| Treści merytoryczne |
|---|
| Działania: badanie własności działań. |
| Struktury algebraiczne i homomorfizmy: sprawdzanie, czy struktura algebraiczna jest grupą, ciałem. |
| Ciało liczb zespolonych: postać algebraiczna, trygonometryczna i wykładnicza liczby zespolonej, działania na liczbach zespolonych, wzór de Moivre'a, pierwiastki z liczby zespolonej, interpretacje geometryczne zbiorów liczb zespolonych. |
| Przestrzenie liniowe: badanie liniowej zależności i niezależności wektorów. |
| Przestrzenie liniowe: wyznaczania bazy przestrzeni liniowej; wyznaczanie współrzędnych wektora w bazie, wyznaczanie wymiaru przestrzeni liniowej. |
| Macierze: działania na macierzach. |
| Wyznacznik macierzy kwadratowej: obliczanie wyznaczników z wykorzystaniem ich własności. |

| |
|---|
| Macierz odwrotna: wyznaczania macierzy odwrotnej do danej macierzy z definicji i z wykorzystaniem wzoru. |
| Rząd macierzy: wyznaczanie rzędu macierzy. |
| Układy równań liniowych: badanie niesprzeczności układu równań liniowych z wykorzystaniem twierdzenia Kroneckera-Capellego, rozwiązywanie różnych układów równań, układ i wzory Cramera, wykorzystanie macierzy odwrotnej w rozwiązywaniu układów Cramera, metoda eliminacji Gaussa. |
| Odwzorowania liniowe: sprawdzanie liniowości odwzorowania, wyznaczania jądra i obrazu odwzorowania liniowego. |
| Endomorfizmy: wartość własna i wektor własny endomorfizmu i macierzy, wielomian charakterystyczny, wyznaczanie widma macierzy. |
| Formy kwadratowe: sprawdzanie określoności formy kwadratowej, przedstawianie formy kwadratowej w postaci diagonalnej. |
| Wektory: działania na wektorach w R3: dodawanie, odejmowanie, mnożenie przez skalar, iloczyn skalarny, iloczyn wektorowy, iloczyn mieszany. |
| Geometria analityczna w R2: Prosta na płaszczyźnie. Definicje i równania krzywych stożkowych. |
| Geometria analityczna w R3: Prosta i płaszczyzna w przestrzeni. Badanie wzajemnego położenia prostych i płaszczyzn w przestrzeni. |

### 3.4 Metody dydaktyczne

Wykład: wykład problemowy, wykład z prezentacją multimedialną
Ćwiczenia: Rozwiązywanie zadań

## 4. METODY I KRYTERIA OCENY

### 4.1 Sposoby weryfikacji efektów uczenia się

| Symbol efektu | Metody oceny efektów uczenia się (np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć) | Forma zajęć dydaktycznych (w, ćw, ...) |
|---|---|---|
| EK_01 | egzamin – część teoretyczna, obserwacja w trakcie zajęć, testy kontrolne po każdej partii materiału (MS Teams) | wykład, ćwiczenia |
| EK_02 | egzamin – część teoretyczna, obserwacja w trakcie zajęć, testy kontrolne po każdej partii materiału (MS Teams) | wykład, ćwiczenia |
| EK_03 | egzamin - część teoretyczna, obserwacja w trakcie zajęć, testy kontrolne po każdej partii materiału (MS Teams) | wykład, ćwiczenia |
| EK_04 | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa | ćwiczenia |
| EK_05 | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa | ćwiczenia |

| | | |
|---|---|---|
| EK_06 | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa | ćwiczenia |
| EK_07 | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa | ćwiczenia |
| EK_08 | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa | ćwiczenia |
| EK_09 | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa | ćwiczenia |
| EK_10 | obserwacja w trakcie zajęć | wykład, ćwiczenia |
| EK_11 | obserwacja w trakcie zajęć | wykład, ćwiczenia |

### 4.2 Warunki zaliczenia przedmiotu (kryteria oceniania)

**Ocena z zaliczenia:** 75% oceny stanowią wyniki kolokwiów, 25% aktywność na zajęciach. Planowane są dwa kolokwia.
Punkty uzyskane za kolokwia są przeliczane na procenty, którym odpowiadają oceny
- do 50% - niedostateczny,
- 50% - 60% - dostateczny,
- 61% - 70% - dostateczny plus,
- 71% - 80% - dobry,
- 81% - 90% - dobry plus,
- 91% - 100% - bardzo dobry

**Egzamin:** Warunkiem dopuszczenia do egzaminu jest zaliczenie ćwiczeń. Egzamin odbywa się w formie pisemnej i składa się z części teoretycznej i części zadaniowej. Część teoretyczna egzaminu ma postać testu i realizowana jest przy pomocy narzędzia MS Teams (Forms). Studenci którzy uzyskają zaliczenie ćwiczeń na ocenę powyżej dobrej mogą być zwolnieni z części zadaniowej – ocena z zaliczenia uznana jest wówczas jako ocena z części zadaniowej. Aby uzyskać ocenę pozytywną trzeba zaliczyć obydwie części. Studenci, którzy zaliczyli tylko jedną część egzaminu mają prawo do odpowiedzi ustnej w celu zaliczenia drugiej części. Do każdej z części stosuje się przelicznik za odpowiedni procent uzyskanych punktów:
- do 50% - niedostateczny,
- 50% - 60% - dostateczny,
- 61% - 70% - dostateczny plus,
- 71% - 80% - dobry,
- 81% - 90% - dobry plus,
- 91% - 100% - bardzo dobry

Ocena końcowa jest średnią arytmetyczną z ocen z obydwu części.

## 5. CAŁKOWITY NAKŁAD PRACY STUDENTA POTRZEBNY DO OSIĄGNIĘCIA ZAŁOŻONYCH EFEKTÓW W GODZINACH ORAZ PUNKTACH ECTS

| Forma aktywności | Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności |
|---|---|
| Godziny z harmonogramu studiów | 60 |
| Inne z udziałem nauczyciela akademickiego (udział w konsultacjach, egzaminie) | 8 |
| Godziny niekontaktowe – praca własna studenta | 60 |

| | |
|---|---|
| (przygotowanie do zajęć, egzaminu, napisanie referatu itp.) | |
| SUMA GODZIN | 128 |
| **SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS** | 5 |

** Należy uwzględnić, że 1 pkt ECTS odpowiada 25-30 godzin całkowitego nakładu pracy studenta.*

## 6. PRAKTYKI ZAWODOWE W RAMACH PRZEDMIOTU

| | |
|---|---|
| wymiar godzinowy | nie dotyczy |
| zasady i formy odbywania praktyk | nie dotyczy |

## 7. LITERATURA

Literatura podstawowa:


1. A. Białynicki-Birula. Algebra liniowa z geometrią, Wydawnictwo naukowe PWN, Warszawa 2009.

2. J. Gancarzewicz, Algebra liniowa z elementami geometrii, Wydawnictwo Naukowe UJ, Kraków, 2001.

3. B. Gleichgewicht, Algebra, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2002.

4. L. Górniewicz, R. Ingarden, Algebra z geometrią dla fizyków, UMK Toruń 2000.

5. R. Jurasińska, Algebra (skrypt dla studentów kierunku Inżynieria Materiałowa), UR Rzeszów 2014

6. A. Łomnicki, M. Magdoń, M. Żurek-Etgens, Podstawy algebry liniowej w zadaniach, WN WSP, Kraków 1998.

7. S. Przybyło, A. Szlachtowski, Algebra i geometria afiniczna w zadaniach, WNT, Warszawa 1983.

8. T. Świrszcz, Algebra liniowa z geometrią analityczną, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2012.

9. D. Witczyńska, K. Witczyński, Wybrane zagadnienia z algebry liniowej i geometrii, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2007.


*Literatura uzupełniająca:*


*1. T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1 i 2, Oficyna Wydawnicza GiS, 2000.*

2. *A. I. Kostrykin, Wstęp do algebry, PWN, Warszawa 1984.*

3. *Mostowski, M. Stark, Elementy algebry wyższej, PWN, Warszawa 1975.*

4. *B. Pochwalska, R. Pochwalski, Matematyka. Elementy algebry liniowej, Wyd. Uczelniane Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice 1997.*

Akceptacja Kierownika Jednostki lub osoby upoważnionej