

**SYLABUS**  
**DOTYCZY CYKLU KSZTAŁCENIA 2023-2025**  
(skrajne daty)  
Rok akademicki 2024/2025

**1. PODSTAWOWE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE**

|                                                       |                                                   |
|-------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| Nazwa przedmiotu                                      | <b>Wykład monograficzny I</b>                     |
| Kod przedmiotu*                                       |                                                   |
| Nazwa jednostki prowadzącej kierunek                  | Kolegium Nauk Przyrodniczych                      |
| Nazwa jednostki realizującej przedmiot                | Kolegium Nauk Przyrodniczych, Instytut Matematyki |
| Kierunek studiów                                      | Matematyka                                        |
| Poziom studiów                                        | studia drugiego stopnia                           |
| Profil                                                | ogólnoakademicki                                  |
| Forma studiów                                         | stacjonarne                                       |
| Rok i semestr/y studiów                               | rok II, semestr 3                                 |
| Rodzaj przedmiotu                                     | kierunkowy do wyboru                              |
| Język wykładowy                                       | polski                                            |
| Koordynator                                           | prof. dr hab. Ołeh Łopuszański                    |
| Imię i nazwisko osoby prowadzącej / osób prowadzących | prof. dr hab. Ołeh Łopuszański                    |

\* -opcjonalnie, zgodnie z ustaleniami w Jednostce

**1.1. Formy zajęć dydaktycznych, wymiar godzin i punktów ECTS**

| Semestr (nr) | Wykł. | Ćw. | Konw. | Lab. | Sem. | ZP | Prakt. | Inne (jakie?) | Liczba pkt. ECTS |
|--------------|-------|-----|-------|------|------|----|--------|---------------|------------------|
| 3            | 30    | 15  |       |      |      |    |        |               | 6                |

**1.2. Sposób realizacji zajęć**

- ☒ zajęcia w formie tradycyjnej  
☐ zajęcia realizowane z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość

**1.3 Forma zaliczenia przedmiotu (z toku) (egzamin, zaliczenie z oceną, zaliczenie bez oceny)**

Ćwiczenia - zaliczenie na ocenę  
Wykład – egzamin

**2. WYMAGANIA WSTĘPNE**

|                                                     |
|-----------------------------------------------------|
| Analiza rzeczywista, Rachunek różniczkowy i całkowy |
|-----------------------------------------------------|

### 3. CELE, EFEKTY UCZENIA SIĘ, TREŚCI PROGRAMOWE I STOSOWANE METODY DYDAKTYCZNE

#### 3.1 Cele przedmiotu

|                |                                                                                               |
|----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| C <sub>1</sub> | Poszerzenie wiadomości z zakresu analizy rzeczywistej i jej zastosowanie do analizy Fouriera. |
| C <sub>2</sub> | Wprowadzenie do pracy badawczej w dziedzinie analizy Fouriera                                 |
| C <sub>3</sub> | Przygotowanie studentów do samodzielnej pracy.                                                |

#### 3.2 Efekty uczenia się dla przedmiotu

| EK (efekt uczenia się) | Treść efektu uczenia się zdefiniowanego dla przedmiotu                                                                                                                                                                                                                                                 | Odniesienie do efektów kierunkowych <sup>1</sup> |
|------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| EK_01                  | Student zna i rozumie większość klasycznych twierdzeń i metod z wybranego działu matematyki, w szczególności zagadnienia pozostające na etapie badań oraz ich wykorzystanie w innych działach matematyki                                                                                               | K_Wo3                                            |
| EK_02                  | Student potrafi stosować na poziomie zaawansowanym i obejmującym matematykę współczesną pojęcia i metody co najmniej jednej wybranej gałęzi matematyki<br>Student potrafi w wybranym dziale przeprowadzić dowody, w których stosuje się w razie potrzeby również narzędzia z innych działów matematyki | K_Uo5, K_Uo6                                     |
| EK_03                  | Student jest gotów do dokonywania krytycznej oceny posiadanej wiedzy i przyswojonych treści, zadawania pytań służących rozumieniu badanego problemu oraz wyrażania własnych opinii na temat teoretycznych i praktycznych zagadnień z matematyki                                                        | K_Ko1                                            |

#### 3.3 Treści programowe

##### A. Problematyka wykładu

|                                                                                                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Treści merytoryczne                                                                                                            |
| Wprowadzenie do teorii szeregów Fouriera, podstawowe twierdzenie Dirichleta. Zbieżność szeregów Fouriera w metrykach Hilberta. |
| Wzór całkowy Fouriera. Podstawowe twierdzenie o zbieżności całki Fouriera.                                                     |
| Wprowadzenie do teorii transformacji Fouriera. Transformacja Fouriera w klasycznych przestrzeniach Hilberta.                   |

<sup>1</sup> W przypadku ścieżki kształcenia prowadzącej do uzyskania kwalifikacji nauczycielskich uwzględnić również efekty uczenia się ze standardów kształcenia przygotowującego do wykonywania zawodu nauczyciela.

Podstawowe własności transformacji Fouriera: pochodna transformacji, transformacja przesunięcia w argumencie, transformacja pochodnej.

Elementarne wprowadzenie do teorii funkcji uogólnionych. Teorii transformacji Fouriera podstawowych funkcji uogólnionych.

Wprowadzenie do teorii transformacji Laplace'a. Podstawowe twierdzenie o istnieniu. Pojęcia oryginału i transformaty Laplace'a. Odwrotna transformacja Laplace'a. Wzory dla transformacji Laplace'a pochodnej i pochodnej transformacji Laplace'a. Transformacja Laplace'a całki.

Wprowadzenie do analizy harmonicznej na lokalnie zwartych przemiennej grupach. Miara Haara na lokalnie zwartych przemiennej grupach i jej własności.

Splot funkcji na lokalnie zwartych przemiennej grupach i jego własności.

Algebry splotowe na lokalnie zwartych przemiennej grupach.

Charaktery lokalnie zwartych przemiennej grup. Multiplikatywne grupy dualne. Elementy teorii dualności lokalnie zwartych przemiennej grup.

## B. Problematyka ćwiczeń

### Treści merytoryczne

Przykłady zastosowań szeregów Fouriera.

Przykłady zastosowań wzorów całkowych Fouriera.

Przykłady zastosowań transformacji Fouriera.

Przykłady elementarnych funkcji uogólnionych. Transformacja Fouriera elementarnych funkcji uogólnionych.

Zastosowanie transformacji Laplace'a do rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych oraz zagadnień początkowych dla takich równań.

Przykłady miar Haara na  $n$ -wymiarowych oraz 1-wymiarowych przestrzeniach rzeczywistych oraz torusach nad takimi przestrzeniami.

Przykłady klasycznych dualnych izomorfizmów.

## 3.4 Metody dydaktyczne

Ćwiczenia: praca w grupach, dowodzenie twierdzeń, rozwiązywanie zadań, dyskusja.

Wykład: wykład problemowy z elementami prezentacji multimedialnej.

## 4. METODY I KRYTERIA OCENY

### 4.1 Sposoby weryfikacji efektów uczenia się

| Symbol efektu | Metody oceny efektów uczenia się<br>(np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny,<br>projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć) | Forma zajęć<br>dydaktycznych<br>(w, ćw, ...) |
|---------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| EK_01         | referat, kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny,<br>obserwacja w trakcie zajęć.                                                         | wykład,<br>ćwiczenia                         |
| EK_02         | referat, kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny,<br>obserwacja w trakcie zajęć.                                                         | wykład,<br>ćwiczenia                         |
| EK_03         | referat, kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny,<br>obserwacja w trakcie zajęć.                                                         | wykład,<br>ćwiczenia                         |

### 4.2 Warunki zaliczenia przedmiotu (kryteria oceniania)

Zaliczenie ćwiczeń na podstawie kolokwiów, referatów i aktywności na zajęciach.

Warunkiem uzyskania zaliczenia ćwiczeń jest zdobycie co najmniej 50% punktów z każdego kolokwium. Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali:

- poniżej 50% pkt. – brak zaliczenia,
- [50 – 60%) pkt. – dostateczny,
- [60 – 70%) pkt. – plus dostateczny,
- [70 – 80%) pkt. – dobry,
- [80 – 90%) pkt. – plus dobry,
- [90– 100%] pkt. – bardzo dobry.

Aktywność na ćwiczeniach może podnieść ocenę co najwyżej o pół stopnia.

Egzamin: Egzamin w formie pisemnej. Warunkiem dopuszczenia do egzaminu jest zaliczenie ćwiczeń. Warunkiem zdania egzaminu jest uzyskanie z niego co najmniej 50% punktów.

Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali:

- poniżej 50% pkt. – niedostateczny,
- [50 – 60%) pkt. – dostateczny,
- [60 – 70%) pkt. – plus dostateczny,
- [70 – 80%) pkt. – dobry,
- [80 – 90%) pkt. – plus dobry,
- [90 – 100%] pkt. – bardzo dobry.

W przypadkach wątpliwych decyduje rozmowa ze studentem.

## 5. CAŁKOWITY NAKŁAD PRACY STUDENTA POTRZEBNY DO OSIĄGNIĘCIA ZAŁOŻONYCH EFEKTÓW W GODZINACH ORAZ PUNKTACH ECTS

| Forma aktywności                                                                                           | Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| Godziny z harmonogramu studiów                                                                             | 45                                                |
| Inne z udziałem nauczyciela akademickiego (udział w konsultacjach, egzaminie)                              | 15                                                |
| Godziny nie kontaktowe – praca własna studenta (przygotowanie do zajęć, egzaminu, napisanie referatu itp.) | 90                                                |
| SUMA GODZIN                                                                                                | 150                                               |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS</b>                                                                      | <b>6</b>                                          |

*\* Należy uwzględnić, że 1 pkt ECTS odpowiada 25-30 godzin całkowitego nakładu pracy studenta.*

## 6. PRAKTYKI ZAWODOWE W RAMACH PRZEDMIOTU

|                                  |             |
|----------------------------------|-------------|
| wymiar godzinowy                 | Nie dotyczy |
| zasady i formy odbywania praktyk | Nie dotyczy |

## 7. LITERATURA

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. KÖRNER, T. W. <a href="#"><u>FOURIER ANALYSIS</u></a>. CAMBRIDGE, ENGLAND: CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 1988.</li> <li>2. KÖRNER, T. W. <a href="#"><u>EXERCISES FOR FOURIER ANALYSIS</u></a>. NEW YORK: CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 1993.</li> <li>3. LIGHTHILL, M. J. <a href="#"><u>INTRODUCTION TO FOURIER ANALYSIS AND GENERALISED FUNCTIONS</u></a>. CAMBRIDGE, ENGLAND: CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 1958.</li> <li>4. SCHIFF J. L. THE LAPLACE TRANSFORM. THEORY AND APPLICATIONS. SPRINGER, 1991</li> <li>5. MURPHY J. A COURSE IN HARMONIC ANALYSIS. MISSOURI UNIVERSITY, 2018</li> <li>6. Deitmar A. A First course in HARMONIC ANALYSIS. SPRINGER, 2005</li> </ol> |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |

Akceptacja Kierownika Jednostki lub osoby upoważnionej