

SYLABUS
DOTYCZY CYKLU KSZTAŁCENIA 2025-2027
(skrajne daty)
Rok akademicki 2026/2027

1. PODSTAWOWE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

Nazwa przedmiotu	Matematyka finansowa 2
Kod przedmiotu*	
Nazwa jednostki prowadzącej kierunek	Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych
Nazwa jednostki realizującej przedmiot	Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych Instytut Matematyki
Kierunek studiów	Matematyka
Poziom studiów	studia drugiego stopnia
Profil	ogólnoakademicki
Forma studiów	stacjonarne
Rok i semestr/y studiów	rok II, semestr 4
Rodzaj przedmiotu	specjalnościowy
Język wykładowy	polski
Koordynator	dr hab. prof. UR Rostyslav Hryniv
Imię i nazwisko osoby prowadzącej / osób prowadzących	dr hab. prof. UR Rostyslav Hryniv

* -opcjonalnie, zgodnie z ustaleniami w Jednostce

1.1. Formy zajęć dydaktycznych, wymiar godzin i punktów ECTS

Semestr (nr)	Wykł.	Ćw.	Konw.	Lab.	Sem.	ZP	Prakt.	Inne	Liczba pkt. ECTS
4	30			15					5

1.2. Sposób realizacji zajęć

- ☒ zajęcia w formie tradycyjnej
- ☒ zajęcia realizowane z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość

1.3 Forma zaliczenia przedmiotu (z toku) (egzamin, zaliczenie z oceną, zaliczenie bez oceny)

Ćwiczenia laboratoryjne - zaliczenie na ocenę
Wykład - egzamin

2. WYMAGANIA WSTĘPNE

Rachunek prawdopodobieństwa z elementami statystyki matematycznej,
analiza stochastyczna, równania różniczkowe zwyczajne i cząstkowe

3. CELE, EFEKTY UCZENIA SIĘ, TREŚCI PROGRAMOWE I STOSOWANE METODY DYDAKTYCZNE

3.1 Cele przedmiotu

C1	Nauczanie podstaw teorii opcji, treści merytorycznej pojęcia arbitrażu, zapoznanie z modelami rynku finansowego o czasie dyskretnym (Coxa-Rossa-Rubinsteina) oraz ciągłym (Blacka-Scholesa)
C2	Zastosowanie procesów stochastycznych i teorii martyngałów do modelowania rynków finansowych
C3	Zastosowania wzorów Blacka-Scholesa do wyceny opcji z prawem kupna oraz sprzedaży aktywu bazowego; numeryczne obliczenie wartości opcji europejskich

3.2 Efekty uczenia się dla przedmiotu

EK (efekt uczenia się)	Treść efektu uczenia się zdefiniowanego dla przedmiotu	Odniesienie do efektów kierunkowych ¹
EK_01	Student zna podstawy modelowania stochastycznego w matematyce finansowej z zakresu ciągłych i dyskretnych modeli wyceny opcji Student zna najważniejsze twierdzenia związane z wyceną opcji	K_Wo6, K_Wo7
EK_02	Student potrafi stosować procesy stochastyczne do modelowania cen opcji Student umie zaimplementować numeryczną wycenę opcji europejskich Student umie w praktyce zastosować formuły Blacka-Scholesa do wyceny opcji giełdowych	K_Uo8, K_U13
EK_03	Zachowuje ostrożność i krytycyzm w zastosowaniu różnych metod matematycznych do modelowania procesów stochastycznych i strategii arbitrażowych	K_Ko4, K_Ko2

3.3 Treści programowe

A. Problematyka wykładu

Treści merytoryczne
1. Opcje: pojęcia podstawowe, rodzaje opcji 2. Model dwumianowy Coxa-Rossa-Rubinsteina (CRR): założenia, portfel bez ryzyka, portfel samofinansujący się i replikujący.

¹ W przypadku ścieżki kształcenia prowadzącej do uzyskania kwalifikacji nauczycielskich uwzględnić również efekty uczenia się ze standardów kształcenia przygotowującego do wykonywania zawodu nauczyciela.

3. Wycena opcji w modelu dwumianowym za pomocą teorii martyngałów: warunkowa wartość oczekiwana, martyngały, wzór CRR, parytet kupna i sprzedaży
4. Od CRR do Blacka-Scholesa: postać specjalna modelu dwumianowego, przejście graniczne, założenia teorii Blacka-Scholesa
5. Procesy stochastyczne: podstawowe pojęcia, skalarne charakterystyki, proces Wienera
6. Różniczka stochastyczna i wzór Itô. Równania różniczkowe stochastyczne
7. Całka stochastyczna Itô. Przykłady obliczeń. Całka procesu prostego. Całka Itô procesu ogólnego.
8. Filtracja, procesy adaptowane i prognozowalne. Martyngały o czasie ciągłym. Własności i przykłady.
9. Model rynku o czasie ciągłym: założenia i parametry
10. Strategia samofinansująca się
11. Strategia replikująca wypłatę opcji
12. Równanie Blacka-Scholesa
13. Arbitraż i miara martyngałowa. Zamiana miary. Twierdzenie Girsanowa
14. Wzór Blacka-Scholesa. Parytet kupna i sprzedaży

B. Problematyka ćwiczeń laboratoryjnych

Treści merytoryczne
1. Modelowanie ceny akcji na drzewach dwumianowych 2. Obliczenie wartości opcji europejskich w modelu dwumianowym 3. Modelowanie procesów stochastycznych w czasie ciągłym 4. Modelowanie ceny akcji w modelu Blacka-Scholesa 5. Obliczenie wartości opcji europejskich w modelu Blacka-Scholesa

3.4 Metody dydaktyczne

Wykład: wykład problemowy z prezentacją multimedialną.

Ćwiczenia laboratoryjne: wykonywanie doświadczeń, praca w grupach (rozwiązywanie zadań, dyskusja).

4. METODY I KRYTERIA OCENY

4.1 Sposoby weryfikacji efektów uczenia się

Symbol efektu	Metody oceny efektów uczenia się (np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć)	Forma zajęć dydaktycznych (w, ćw, ...)
EK_01	sprawdziany pisemne, odpowiedź ustna, egzamin ustny	wykład, ćwiczenia

EK_02	obserwacja w trakcie zajęć, doświadczenia laboratoryjne, kolokwium, odpowiedź ustna	wykład, ćwiczenia
EK_03	obserwacja w trakcie zajęć, doświadczenia laboratoryjne, odpowiedź ustna	ćwiczenia

4.2 Warunki zaliczenia przedmiotu (kryteria oceniania)

Zaliczenie ćwiczeń laboratoryjnych:

Ocena końcowa jest średnią dwóch ocen ze sprawdzianów pisemnych oraz ocen za wykonanie zadań laboratoryjnych. Ocena indywidualna wykonanych zadań laboratoryjnych podczas rozmowy indywidualnej. Na ocenę ma wpływ 50% poprawność wykonania pracy, 50% poprawność odpowiedzi na zadane pytania. Warunkiem uzyskania zaliczenia zajęć laboratoryjnych jest zdobycie co najmniej 50% punktów z każdego zadania. Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali:

- poniżej 50% pkt. – brak zaliczenia,
- [50 – 60%) pkt. – dostateczny,
- [60 – 70%) pkt. – plus dostateczny,
- [70 – 80%) pkt. – dobry,
- [80 – 90%) pkt. – plus dobry,
- [90– 100%] pkt. – bardzo dobry.

Egzamin: Warunkiem zdania egzaminu jest uzyskanie z niego co najmniej 50% punktów.

Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest uzyskanie pozytywnej oceny z ćwiczeń laboratoryjnych. Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali:

- poniżej 50% pkt. – niedostateczny,
- [50 – 60%) pkt. – dostateczny,
- [60 – 70%) pkt. – plus dostateczny,
- [70 – 80%) pkt. – dobry,
- [80 – 90%) pkt. – plus dobry,
- [90 – 100%] pkt. – bardzo dobry.

5. CAŁKOWITY NAKŁAD PRACY STUDENTA POTRZEBNY DO OSIĄGNIĘCIA ZAŁOŻONYCH EFEKTÓW W GODZINACH ORAZ PUNKTACH ECTS

Forma aktywności	Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności
Godziny z harmonogramu studiów	45
Inne z udziałem nauczyciela akademickiego (udział w konsultacjach, egzaminie)	5
Godziny niekontaktowe – praca własna studenta (przygotowanie do zajęć, egzaminu, wykonanie zadań laboratoryjnych itp.)	75
SUMA GODZIN	125
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS	5

* Należy uwzględnić, że 1 pkt ECTS odpowiada 25-30 godzin całkowitego nakładu pracy studenta.

6. PRAKTYKI ZAWODOWE W RAMACH PRZEDMIOTU

wymiar godzinowy	Nie dotyczy
zasady i formy odbywania praktyk	Nie dotyczy

7. LITERATURA

Literatura podstawowa: 1. J. Jakubowski, A. Palczewski, M. Rutkowski, Ł. Stettner, Matematyka finansowa – instrumenty pochodne, WNT, Warszawa 2003. 2. J. Kudła, Instrumenty finansowe, Warszawa, 2002. 3. S. R. Pliska, Wprowadzenie do matematyki finansowej. Modele z czasem dyskretnym, WNT, Warszawa 2005. 4. M. Podgórska, J. Klimkowska, Matematyka finansowa, PWN, 2005. 5. A. Weron, R. Weron, Inżynieria finansowa. Wycena instrumentów pochodnych. Symulacje komputerowe. Statystyka rynku, wyd. II, WNT, Warszawa, 1999. 6. M. Wiciak, Wybrane zagadnienia teorii opcji, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, 2007. 7. A. Winiarz, A. Pieniążek, J. Weiss, Procesy stochastyczne w problemach i zadaniach: skrypt dla studentów wyższych szkół technicznych, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2000
Literatura uzupełniająca: 1. N.H. Bingham, R. Kiesel, Risk-Neutral Valuation, Springer 1998. 2. Dana R-A., Jeanblanc M. Financial markets in continuous time, Springer, 2007. 3. Y. K. Kwok Mathematical Models of Financial Derivatives, Springer Finance. 4. Paolo Brandimarte, Numerical Methods in Finance & Economics A MATLAB based Introduction, Wiley Interscience, 2006 5. P. Glasserman, Monte Carlo Methods in Financial Engineering, Springer, 2004 6. R. Seydel, Tools for Computational Finance, Springer, 2002

Akceptacja Kierownika Jednostki lub osoby upoważnionej