

SYLABUS
DOTYCZY CYKLU KSZTAŁCENIA 2025 - 2025
(skrajne daty)
Rok akademicki 2026/2027

1. PODSTAWOWE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

Nazwa przedmiotu	Analiza stochastyczna
Kod przedmiotu*	
Nazwa jednostki prowadzącej kierunek	Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych
Nazwa jednostki realizującej przedmiot	Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych Instytut Matematyki
Kierunek studiów	Matematyka
Poziom studiów	studia drugiego stopnia
Profil	ogólnoakademicki
Forma studiów	stacjonarne
Rok i semestr/y studiów	rok II, semestr 3
Rodzaj przedmiotu	specjalnościowy
Język wykładowy	polski
Koordynator	dr hab. Andrzej Łopuszański, prof. UR
Imię i nazwisko osoby prowadzącej / osób prowadzących	dr hab. Andrzej Łopuszański, prof. UR

* -opcjonalnie, zgodnie z ustaleniami w Jednostce

1.1. Formy zajęć dydaktycznych, wymiar godzin i punktów ECTS

Semestr (nr)	Wykł.	Ćw.	Konw.	Lab.	Sem.	ZP	Prakt.	Inne (jakie?)	Liczba pkt. ECTS
3	30	30							6

1.2. Sposób realizacji zajęć

- ☒ zajęcia w formie tradycyjnej
☐ zajęcia realizowane z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość

1.3 Forma zaliczenia przedmiotu (z toku) (egzamin, zaliczenie z oceną, zaliczenie bez oceny)

Ćwiczenia - zaliczenie na ocenę
Wykład - egzamin

2. WYMAGANIA WSTĘPNE

Podstawowa wiedza z zakresu teorii prawdopodobieństwa, analizy matematycznej, teorii miary i całki Lebesgue'a i algebry liniowej.

3. CELE, EFEKTY UCZENIA SIĘ, TREŚCI PROGRAMOWE I STOSOWANE METODY DYDAKTYCZNE

3.1 Cele przedmiotu

C ₁	Zapoznanie studentów z podstawami teorii procesów stochastycznych, klasycznymi przykładami procesów i ich własnościami, z losowymi równaniami różniczkowymi, podstawami teorii martyngałów oraz wprowadzenie do całki stochastycznej i stochastycznego równania różniczkowego.
C ₂	Zapoznanie studentów z metodami praktycznymi obliczania podstawowych charakterystyk oraz badania własności procesów stochastycznych.
C ₃	Nabycie przez studentów umiejętności badania procesów stochastycznych i ich zastosowania przy modelowaniu różnych obiektów.

3.2 Efekty uczenia się dla przedmiotu

EK (efekt uczenia się)	Treść efektu uczenia się zdefiniowanego dla przedmiotu	Odniesienie do efektów kierunkowych
EK_01	Student zna podstawowe pojęcia i własności z analizy stochastycznej oraz ich zastosowania w innych zagadnieniach teoretycznych i praktycznych.	K_Wo3, K_Wo6
EK_02	Student zna główne twierdzenia analizy stochastycznej i umie tę wiedzę umiejscowić w rozwoju matematyki.	K_Wo3
EK_03	Student zna podstawowe metody dowodzenia właściwe dla analizy stochastycznej.	K_Wo3
EK_04	Student potrafi konstruować rozumowania matematyczne z zakresu analizy stochastycznej, dowodzić twierdzenia i obalać hipotezy poprzez odpowiednie konstrukcje i dobór kontrprzykładów, potrafi sprawdzać poprawność wnioskowań.	K_Uo6
EK_05	Student potrafi stosować podstawowe pojęcia i własności z analizy stochastycznej w różnych zagadnieniach teoretycznych i praktycznych.	K_Uo8
EK_06	Student jest gotów do formułowania zadawania pytań z zakresu analizy stochastycznej oraz wyrażania swoich opinii związanych z tym działem matematyki.	K_Ko1

3.3 Treści programowe

A. Problematyka wykładu

Treści merytoryczne
Pojęcia podstawowe (proces stochastyczny, rozkład prawdopodobieństwa procesu, dystrybuanta, gęstość, warunki zgodności, wartość oczekiwana w tym warunkowa, wariancja, funkcje kowariancyjna i korelacyjna). Wektorowe procesy stochastyczne.
Procesy o przyrostach niezależnych i nieskorelowanych, procesy stacjonarne. Wstępna znajomość z klasycznymi przykładami procesów (Poissona, Gaussa, Wienera, Hilberta, Markowa).

Granica, ciągłość, pochodna i całka średniokwadratowe procesu stochastycznego. Ich własności i powiązanie z własnościami funkcji kow. lub kor. procesu. Losowe różniczkowe równania.
Procesy: Poissona, Gaussa, Wienera, Hilberta, Markowa. Ich własności. Równania różniczkowe Kołmogorowa. Martyngały, rozkład Dooba, tw. o zbieżności. Procesy dyfuzji, własności.
Całka stochastyczna i stochastyczne równanie różniczkowe.
Procesy stacjonarne. Własności.
Ergodyczność procesów.
Zastosowania stochastycznych równań różniczkowych.

B. Problematyka ćwiczeń

Treści merytoryczne
Opis trajektorii poszczególnych procesów. Znajdowanie charakterystyk procesów stochastycznych: wartości oczekiwanej, wariancji, funkcji korelacyjnych i kowariancyjnych, wiele wymiarowych dystrybuant, gęstości. Na przykładach procesów Poissona, Gaussa, Wienera, Hilberta, stacjonarnych i innych. Zastosowania.
Sprawdzenie ciągłości, różniczkowości średniokwadratowych, obliczanie pochodnych i całek średniokwadratowych oraz ich charakterystyk, całki stochastycznej. Różniczkowe równanie losowe, podstawowy przypadek.
Obliczanie wartości oczekiwanej warunkowej i dla procesów Markowa prawdopodobieństw przejścia procesów. Zastosowania.
Przykłady stochastycznych równań różniczkowych i ich rozwiązań.
Przykłady obliczenia charakterystyk procesu stochastycznego na podstawie trajektorii.

3.4 Metody dydaktyczne

Ćwiczenia - rozwiązywanie zadań, dyskusja.

Wykład - wykład problemowy z prezentacją multimedialną.

4. METODY I KRYTERIA OCENY

4.1 Sposoby weryfikacji efektów uczenia się

Symbol efektu	Metody oceny efektów uczenia się (np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć)	Forma zajęć dydaktycznych (w, ćw, ...)
EK_01	dialog ze studentami w trakcie zajęć; egzamin	w., ćw.
EK_02	dialog ze studentami w trakcie zajęć; egzamin	w., ćw.
EK_03	dialog ze studentami w trakcie zajęć; egzamin	w., ćw.
EK_04	kolokwia, dialog ze studentami w trakcie zajęć, egzamin	w., ćw.
EK_05	kolokwia, dialog ze studentami w trakcie zajęć, egzamin	w., ćw.
EK_06	obserwacja na zajęciach	w., ćw.

4.2 Warunki zaliczenia przedmiotu (kryteria oceniania)

Zaliczenie ćwiczeń na podstawie kolokwium i aktywności na zajęciach.

Warunkiem uzyskania zaliczenia ćwiczeń jest zdobycie co najmniej 50% punktów z każdego kolokwium. Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali:

poniżej 50% pkt. – brak zaliczenia,
[50 – 60%) pkt. – dostateczny,
[60 – 70%) pkt. – plus dostateczny,
[70 – 80%) pkt. – dobry,
[80 – 90%) pkt. – plus dobry,
[90– 100%] pkt. – bardzo dobry.

Aktywność na ćwiczeniach może podnieść ocenę co najwyżej o pół stopnia.

Egzamin: Warunkiem zdania egzaminu jest uzyskanie z niego co najmniej 50% punktów. Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali:

poniżej 50% pkt. – niedostateczny,
[50 – 60%) pkt. – dostateczny,
[60 – 70%) pkt. – plus dostateczny,
[70 – 80%) pkt. – dobry,
[80 – 90%) pkt. – plus dobry,
[90 – 100%] pkt. – bardzo dobry.

5. CAŁKOWITY NAKŁAD PRACY STUDENTA POTRZEBNY DO OSIĄGNIĘCIA ZAŁOŻONYCH EFEKTÓW W GODZINACH ORAZ PUNKTACH ECTS

Forma aktywności	Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności
Godziny z harmonogramu studiów	60
Inne z udziałem nauczyciela akademickiego (udział w konsultacjach, egzaminie)	5
Godziny niekontaktowe – praca własna studenta (przygotowanie do zajęć, egzaminu, napisanie referatu itp.)	90
SUMA GODZIN	155
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS	6

- Należy uwzględnić, że 1 pkt ECTS odpowiada 25-30 godzin całkowitego nakładu pracy studenta.

6. PRAKTYKI ZAWODOWE W RAMACH PRZEDMIOTU

wymiar godzinowy	nie dotyczy
zasady i formy odbywania praktyk	nie dotyczy

7. LITERATURA

Literatura podstawowa:

1. W. Feller „Wstęp do Rachunku Prawdopodobieństwa” T.I i II . PWN, 2000
2. A. Pieniążek, J. Weiss, A. Winiarz „Procesy stochastyczne”. Politechnika Krakowska, 2000
3. A. Plucińska, E. Plucińska „Probabilistyka” WN-T, 2000
4. I..Gihman, A. Skorochod Wstęp do teorii procesów stochastycznych, PWN, 1968
5. A.D. Wentzell „Wykłady z teorii procesów stochastycznych” PWN, 2004
6. R. Sz. Lipcer, A. N. Sziriajew. Statystyka procesów stochastycznych. PWN, 1981

Literatura uzupełniająca:

Akceptacja Kierownika Jednostki lub osoby upoważnionej