

**SYLABUS**  
**DOTYCZY CYKLU KSZTAŁCENIA 2025 - 2027**  
Rok akademicki 2025/2026

**1. PODSTAWOWE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE**

|                                                       |                                                             |
|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| Nazwa przedmiotu                                      | Analiza matematyczna                                        |
| Kod przedmiotu*                                       |                                                             |
| Nazwa jednostki prowadzącej kierunek                  | Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych                        |
| Nazwa jednostki realizującej przedmiot                | Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych<br>Instytut Matematyki |
| Kierunek studiów                                      | Matematyka                                                  |
| Poziom studiów                                        | studia drugiego stopnia                                     |
| Profil                                                | ogólnoakademicki                                            |
| Forma studiów                                         | stacjonarne                                                 |
| Rok i semestr/y studiów                               | rok I, semestr 2                                            |
| Rodzaj przedmiotu                                     | kierunkowy                                                  |
| Język wykładowy                                       | polski                                                      |
| Koordynator                                           | dr Anna Szpila                                              |
| Imię i nazwisko osoby prowadzącej / osób prowadzących | dr Anna Szpila                                              |

\* -opcjonalnie, zgodnie z ustaleniami w Jednostce

**1.1. Formy zajęć dydaktycznych, wymiar godzin i punktów ECTS**

| Semestr (nr) | Wykł. | Ćw. | Konw. | Lab. | Sem. | ZP | Prakt. | Inne (jakie?) | Liczba pkt. ECTS |
|--------------|-------|-----|-------|------|------|----|--------|---------------|------------------|
| 2            | 30    | 30  | -     | -    | -    | -  | -      | -             | 6                |

**1.2. Sposób realizacji zajęć**

- ☒ zajęcia w formie tradycyjnej  
☐ zajęcia realizowane z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość

**1.3 Forma zaliczenia przedmiotu (z toku) (egzamin, zaliczenie z oceną, zaliczenie bez oceny)**

wykład – egzamin  
ćwiczenia – zaliczenie z oceną

**2. WYMAGANIA WSTĘPNE**

|                                                                                                                               |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Znajomość rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych oraz algebry liniowej i geometrii analitycznej. |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

### 3. CELE, EFEKTY UCZENIA SIĘ, TREŚCI PROGRAMOWE I STOSOWANE METODY DYDAKTYCZNE

#### 3.1 Cele przedmiotu

|                |                                                                                                        |
|----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| C <sub>1</sub> | Zapoznanie się z podstawowymi pojęciami, metodami i technikami stosowanymi w analizie wektorowej.      |
| C <sub>2</sub> | Wyćwiczenie umiejętności stosowania metod i technik analizy wektorowej.                                |
| C <sub>3</sub> | Przedstawienie i interpretacja pojęć oraz twierdzeń z analizy matematycznej w języku pola wektorowego. |
| C <sub>4</sub> | Zapoznanie z zastosowaniami wybranych zagadnień z teorii pól wektorowych w fizyce i technice.          |

#### 3.2 Efekty uczenia się dla przedmiotu

| EK (efekt uczenia się) | Treść efektu uczenia się zdefiniowanego dla przedmiotu                                                                                                                  | Odniesienie do efektów kierunkowych <sup>1</sup> |
|------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| EK_01                  | student definiuje większość klasycznych pojęć i formułuje podstawowe twierdzenia dotyczące całek krzywoliniowych, całek powierzchniowych oraz pól wektorowych;          | K_Wo1                                            |
| EK_02                  | student zna i rozumie metody stosowane w dowodach twierdzeń dotyczących całek krzywoliniowych, całek powierzchniowych oraz pól wektorowych;                             | K_Wo2                                            |
| EK_03                  | student zna i rozumie techniki obliczeniowe stosowane w wyznaczaniu całek krzywoliniowych i powierzchniowych oraz w zagadnieniach związanych z teorią pola wektorowego; | K_Wo1                                            |
| EK_04                  | student wyznacza całki krzywoliniowe skierowane i nieskierowane;                                                                                                        | K_Uo1                                            |
| EK_05                  | student stosuje całki krzywoliniowe do interpretacji i wyznaczania wielkości geometrycznych, fizycznych i technicznych;                                                 | K_Uo4                                            |
| EK_06                  | student wyznacza całki powierzchniowe zorientowane i niezorientowane;                                                                                                   | K_Uo1                                            |
| EK_07                  | student stosuje całki powierzchniowe do interpretacji i wyznaczania wielkości geometrycznych, fizycznych i technicznych;                                                | K_Uo4                                            |
| EK_08                  | student posługuje się językiem pola wektorowego przy opisie pojęć z analizy matematycznej;                                                                              | K_Uo4, K_Uo2                                     |
| EK_09                  | student dowodzi podstawowe twierdzenia teorii pól wektorowych w szczególności związane z całkami krzywoliniowymi i powierzchniowymi;                                    | K_Uo2, K_Uo3                                     |
| EK_10                  | student odpowiednio stosuje podstawowe twierdzenia teorii pól wektorowych;                                                                                              | K_Uo3, K_Uo4                                     |

<sup>1</sup> W przypadku ścieżki kształcenia prowadzącej do uzyskania kwalifikacji nauczycielskich uwzględnić również efekty uczenia się ze standardów kształcenia przygotowującego do wykonywania zawodu nauczyciela.

|       |                                                                                                                                                                               |       |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| EK_11 | student jest gotów do ocenienia posiadanej wiedzy z zakresu analizy wektorowej, zadawania pytań i wyrażania własnych opinii dotyczących zagadnień i problemów z tego zakresu. | K_Ko1 |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|

### 3.3 Treści programowe

#### A. Problematyka wykładu

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Treści merytoryczne                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <b>Elementy analizy wektorowej.</b><br>Określenie pola skalarnego i pola wektorowego, przykłady pól. Gradient funkcji, potencjał pola wektorowego. Pole potencjalne. Rotacja pola wektorowego i jej własności. Dywergencja pola wektorowego i jej własności.                                      |
| <b>Całka krzywoliniowa nieskierowana.</b><br>Łuki na płaszczyźnie i w przestrzeni. Przykłady łuków. Określenie całki krzywoliniowej nieskierowanej. Zamiana całki krzywoliniowej nieskierowanej na całkę oznaczoną. Zastosowania całek krzywoliniowych nieskierowanych.                           |
| <b>Całka krzywoliniowa skierowana.</b><br>Definicja i własności całek krzywoliniowych skierowanych. Zamiana całki krzywoliniowej skierowanej na całkę oznaczoną. Niezależność całki od drogi całkowania. Twierdzenie Greena i jego zastosowania. Zastosowania całek krzywoliniowych skierowanych. |
| <b>Całka powierzchniowa nieorientowana.</b><br>Określenie płata powierzchniowego. Przykłady płatów powierzchniowych. Określenie całki powierzchniowej nieorientowanej. Zamiana całki powierzchniowej nieorientowanej na całkę podwójną. Zastosowania całek powierzchniowych nieorientowanych.     |
| <b>Całka powierzchniowa zorientowana.</b><br>Płat powierzchniowy zorientowany. Określenie całki powierzchniowej zorientowanej z pola wektorowego. Zamiana całki powierzchniowej zorientowanej na całkę podwójną. Zastosowania całek powierzchniowych zorientowanych.                              |
| <b>Podstawowe twierdzenia o polu wektorowym.</b><br>Twierdzenie Gaussa-Ostrogradskiego. Twierdzenie Stokesa.                                                                                                                                                                                      |

#### B. Problematyka ćwiczeń

|                                                                                                                                                                                                             |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Treści merytoryczne                                                                                                                                                                                         |
| <b>Powtórzenie podstawowych metod obliczania całek nieoznaczonych i oznaczonych.</b>                                                                                                                        |
| <b>Elementy analizy wektorowej.</b><br>Wyznaczanie gradientu funkcji, potencjału, rotacji i dywergencja pola wektorowego. Badanie własności tych funkcjonałów. Sprawdzanie, czy dane pole jest potencjalne. |
| <b>Całki krzywoliniowe nieskierowane:</b><br>Wyznaczanie całek krzywoliniowych nieskierowanych. Zastosowania całek.                                                                                         |
| <b>Całki krzywoliniowe skierowane:</b><br>Wyznaczanie różnymi metodami całek krzywoliniowych skierowanych. Zastosowania tych całek. Zastosowania twierdzenia Greena.                                        |
| <b>Całki powierzchniowe nieorientowane:</b><br>Wyznaczanie całek powierzchniowych nieorientowanych i ich zastosowania.                                                                                      |
| <b>Całki powierzchniowe zorientowane:</b>                                                                                                                                                                   |

Wyznaczanie całek powierzchniowych nieorientowanych i ich zastosowania.

**Podstawowe twierdzenia o polu wektorowym.**

Zastosowania twierdzenia Gaussa-Ostrogradskiego i twierdzenia Stokesa.

### 3.4 Metody dydaktyczne

Wykład: wykład problemowy

Ćwiczenia: rozwiązywanie zadań.

## 4. METODY I KRYTERIA OCENY

### 4.1 Sposoby weryfikacji efektów uczenia się

| Symbol efektu | Metody oceny efektów uczenia się<br>(np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny,<br>projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć) | Forma zajęć<br>dydaktycznych<br>(w, ćw, ...) |
|---------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| EK_01         | egzamin, obserwacja w trakcie zajęć                                                                                                        | wykład, ćwiczenia                            |
| EK_02         | egzamin, obserwacja w trakcie zajęć                                                                                                        | wykład, ćwiczenia                            |
| EK_03         | egzamin, obserwacja w trakcie zajęć,                                                                                                       | wykład, ćwiczenia                            |
| EK_04         | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć                                                                                                      | ćwiczenia                                    |
| EK_05         | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć                                                                                                      | ćwiczenia                                    |
| EK_06         | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć                                                                                                      | ćwiczenia                                    |
| EK_07         | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć                                                                                                      | ćwiczenia                                    |
| EK_08         | kolokwium, egzamin, obserwacja w trakcie zajęć                                                                                             | wykład, ćwiczenia                            |
| EK_09         | egzamin, obserwacja w trakcie zajęć                                                                                                        | wykład, ćwiczenia                            |
| EK_10         | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć                                                                                                      | ćwiczenia                                    |
| EK_11         | obserwacja w trakcie zajęć                                                                                                                 | wykład, ćwiczenia                            |

### 4.2 Warunki zaliczenia przedmiotu (kryteria oceniania)

#### Ćwiczenia

Zaliczenie ćwiczeń na podstawie kolokwiów i aktywności na zajęciach. Planowane są dwa kolokwia. Warunkiem uzyskania zaliczenia ćwiczeń jest zdobycie co najmniej 50% punktów z każdego kolokwium. Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali:.

- do 50% - niedostateczny (brak zaliczenia),
- 50% - 59% - dostateczny,
- 60% - 69% - dostateczny plus,
- 70% - 79% - dobry,
- 80% - 89% - dobry plus,
- 90% - 100% - bardzo dobry.

Aktywność na ćwiczeniach może podnieść ocenę co najwyżej o pół stopnia.

#### Egzamin

Egzamin odbywa się w formie ustnej. W trakcie egzaminu student odpowiada na wylosowany zestaw trzech pytań. Za odpowiedź na każde pytanie student otrzymuje ocenę cząstkową. Ocenę z egzaminu stanowi średnia arytmetyczna ocen cząstkowych.

## 5. CAŁKOWITY NAKŁAD PRACY STUDENTA POTRZEBNY DO OSIĄGNIĘCIA ZAŁOŻONYCH EFEKTÓW W GODZINACH ORAZ PUNKTACH ECTS

| Forma aktywności                                                                                          | Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| Godziny z harmonogramu studiów                                                                            | 60                                                |
| Inne z udziałem nauczyciela akademickiego (udział w konsultacjach, egzaminie)                             | 5                                                 |
| Godziny niekontaktowe – praca własna studenta (przygotowanie do zajęć, egzaminu, napisanie referatu itp.) | 85                                                |
| SUMA GODZIN                                                                                               | 150                                               |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS</b>                                                                     | <b>6</b>                                          |

- Należy uwzględnić, że 1 pkt ECTS odpowiada 25-30 godzin całkowitego nakładu pracy studenta.

## 6. PRAKTYKI ZAWODOWE W RAMACH PRZEDMIOTU

|                                  |             |
|----------------------------------|-------------|
| wymiar godzinowy                 | nie dotyczy |
| zasady i formy odbywania praktyk | nie dotyczy |

## 7. LITERATURA

Literatura podstawowa:

- A. Birkholz, Analiza matematyczna, Funkcje wielu zmiennych, PWN, Warszawa, 2002;
- G. M. Fichtenholz, Rachunek różniczkowy i całkowy, tom III, PWN, Warszawa, 2007;
- M. Gewert, Z. Skoczylas, Elementy analizy wektorowej, Oficyna wydawnicza GiS, Wrocław, 2004;
- R. Kowalczyk, K. Niedziałomski, C. Obczyński, Całki. Metody rozwiązywania zadań, PWN, Warszawa 2012;
- F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowy, PWN, Warszawa 2008;
- J. Stankiewicz, K. Wilczek, Rachunek różniczkowy i całkowy funkcji wielu zmiennych. Teoria, przykłady, zadania, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej 2005.

Literatura uzupełniająca:

- W. Kołodziej, Analiza matematyczna, PWN, Warszawa 2009;
- R. Sikorski, Rachunek różniczkowy i całkowy funkcji wielu zmiennych, PWN, Warszawa 1980.

Akceptacja Kierownika Jednostki lub osoby upoważnionej