

SYLABUS

DOTYCZY CYKLU KSZTAŁCENIA 2025-2029
(skrajne daty)

Rok akademicki 2025/2026

1. PODSTAWOWE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

Nazwa przedmiotu	Analiza matematyczna
Kod przedmiotu*	
nazwa jednostki prowadzącej kierunek	Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych
Nazwa jednostki realizującej przedmiot	Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych, Instytut Matematyki
Kierunek studiów	Nanotechnologia
Poziom studiów	studia pierwszego stopnia
Profil	ogólnoakademicki
Forma studiów	studia stacjonarne
Rok i semestr/y studiów	I rok/ I semestr, II semestr
Rodzaj przedmiotu	Przedmiot podstawowy
Język wykładowy	Język polski
Koordinator	dr Anna Szpila
Imię i nazwisko osoby prowadzącej / osób prowadzących	dr Anna Szpila

* -opcjonalnie, zgodnie z ustaleniami w Jednostce

1.1. Formy zajęć dydaktycznych, wymiar godzin i punktów ECTS

Semestr (nr)	Wykł.	Ćw.	Konw.	Lab.	Sem.	ZP	Prakt.	Inne (jakie?)	Liczba pkt. ECTS
I	30	30							5
II	30	30							5

1.2. Sposób realizacji zajęć

- ☒ zajęcia w formie tradycyjnej
☐ zajęcia realizowane z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość

1.3 Forma zaliczenia przedmiotu (z toku) (egzamin, zaliczenie z oceną, zaliczenie bez oceny)

Semestr 1: ćwiczenia – zaliczenie z oceną, wykład – egzamin,
Semestr 2: ćwiczenia – zaliczenie z oceną, wykład – egzamin

2. WYMAGANIA WSTĘPNE

Znajomość matematyki szkolnej na poziomie matury podstawowej.

3. CELE, EFEKTY UCZENIA SIĘ, TREŚCI PROGRAMOWE I STOSOWANE METODY DYDAKTYCZNE

3.1 Cele przedmiotu

C ₁	Zapoznanie z podstawowymi pojęciami z zakresu logiki, rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych oraz teorii równań różniczkowych.
C ₂	Zapoznanie z podstawowymi metodami i technikami stosowanymi w analizie matematycznej.
C ₃	Wyćwiczenie umiejętności stosowania aparatu matematycznego z zakresu analizy matematycznej niezbędnego do opisu zagadnień i rozwiązywania problemów fizycznych i technicznych.

3.2 Efekty uczenia się dla przedmiotu

EK (efekt uczenia się)	Treść efektu uczenia się zdefiniowanego dla przedmiotu	Odniesienie do efektów kierunkowych
EK_01	student zna i rozumie klasyczne pojęcia z logiki i analizy matematycznej;	K_Wo1
EK_02	student zna i rozumie podstawowe techniki obliczeniowe stosowane w analizie matematycznej;	K_Wo1
EK_03	student zna i rozumie przykłady zastosowań aparatu matematycznego z zakresu analizy matematycznej do opisu zagadnień fizycznych i technicznych;	K_Wo1
EK_04	student posługuje się pojęciami logiki matematycznej do opisu zagadnień matematycznych i modeli matematycznych zjawisk fizycznych i technicznych;	K_Uo6
EK_05	student oblicza granice, bada ciągłość i wyznacza pochodne funkcji jednej zmiennej	K_Uo6
EK_06	student stosuje pochodne funkcji jednej zmiennej w geometrii, fizyce i technice;	K_Uo6
EK_07	student oblicza całki nieoznaczone i oznaczone wykorzystując odpowiednie metody;	K_Uo6
EK_08	student wykorzystuje całki oznaczone do zagadnień geometrycznych, fizycznych i technicznych;	K_Uo6
EK_09	student wyznacza pochodne cząstkowe i wykorzystuje je do wyznaczania ekstremów lokalnych funkcji;	K_Uo6
EK_10	student oblicza różniczki zupełne i stosuje je w zagadnieniach technicznych;	K_Uo6

EK_11	student wyznacza całki podwójne i potrójne oraz stosuje je do rozwiązywania problemów geometrycznych, fizycznych i technicznych;	K_Uo6
EK_12	student wyznacza całki krzywoliniowe i odpowiednio je stosuje;	K_Uo6
EK_13	student posługuje się pojęciem pola skalarnego i wektorowego, pola potencjalnego oraz oblicza gradient, dywergencję, rotację i laplasjan z odpowiednich pól;	K_Uo6
EK_14	student rozwiązuje równania różniczkowe oraz opisuje zjawiska fizyczne i techniczne za pomocą równań różniczkowych;	K_Uo6
EK_15	student jest gotów do organizacji własnej pracy, odznacza się rzetelnością i terminowością w wykonywaniu zadań, postępuje zgodnie z zasadami etyki zawodowej.	K_Ko2

3.3 Treści programowe

A. Problematyka wykładu

Treści merytoryczne
Semestr I
Elementy logiki i teorii zbiorów Zdania. Prawa logiczne rachunku zdań. Kwantyfikatory. Zbiory. Zbiory liczbowe. Działania na zbiorach.
Funkcje elementarne i ich własności Określenie i własności funkcji. Omówienie poszczególnych funkcji elementarnych: liniowej, kwadratowej, potęgowej, wykładniczej, logarytmicznej, trygonometrycznych.
Ciągi i szeregi liczbowe Określenie ciągu. Monotoniczność ciągów liczbowych. Ciąg arytmetyczny i ciąg geometryczny. Granica ciągu. Twierdzenia o granicach. Granice podstawowych ciągów. Określenie szeregu. Zbieżność szeregu. Kryteria zbieżności dla szeregów o wyrazach nieujemnych. Szeregi naprzemienne.
Granica i ciągłość funkcji Pojęcie granicy funkcji. Twierdzenia o zbieżności funkcji. Obliczanie granic wybranych funkcji. Ciągłość funkcji w punkcie i na przedziale. Rodzaje punktów nieciągłości. Twierdzenia o funkcjach ciągłych i ich zastosowania.
Pochodna funkcji jednej zmiennej Pojęcie pochodnej funkcji. Interpretacja geometryczna i fizyczna pochodnej. Pochodna sumy, iloczynu i ilorazu funkcji. Pochodna funkcji złożonej. Pochodna funkcji odwrotnej. Pochodne wyższych rzędów. Różniczka funkcji. Reguła de l'Hospitala. Monotoniczność funkcji różniczkowalnych. Ekstrema lokalne funkcji różniczkowalnych. Wklęsłość i wypukłość, punkty przegięcia. Asymptoty. Badanie przebiegu zmienności funkcji.
Całka nieoznaczona Pojęcie funkcji pierwotnej. Całka nieoznaczona i jej własności. Tablica całek podstawowych funkcji. Wzory na całkowanie przez części i przez podstawienie. Całkowanie funkcji wymiernych, niewymiernych i trygonometrycznych.

Całka oznaczona
Pojęcie całki oznaczonej. Interpretacja geometryczna całki oznaczonej. Metody wyznaczania całek oznaczonych. Zastosowania geometryczne i fizyczne. Całka niewłaściwa.
Semestr II
Wybrane zagadnienia z rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych
Funkcje dwóch i trzech zmiennych – dziedzina, podstawowe powierzchnie – wykresy funkcji dwóch zmiennych. Pochodne cząstkowe funkcji dwóch i trzech zmiennych, płaszczyzna styczna do powierzchni. Różniczka zupełna i jej zastosowania. Ekstrema lokalne funkcji dwóch i trzech zmiennych.
Wybrane zagadnienia z rachunku całkowego funkcji wielu zmiennych
Całki podwójne. Zamiana zmiennych na współrzędne biegunowe. Całki potrójne. Zamiana zmiennych na współrzędne sferyczne i walcowe. Zastosowania geometryczne i fizyczne całek podwójnych i potrójnych.
Elementy analizy wektorowej
Określenie pola skalarnego i pola wektorowego, przykłady pól. Gradient funkcji, potencjał pola wektorowego. Pole potencjalne. Rotacja pola wektorowego i jej własności. Dywergencja pola wektorowego i jej własności.
Całki krzywoliniowe
Łuki na płaszczyźnie i w przestrzeni. Przykłady łuków. Określenie całki krzywoliniowej nieskierowanej. Zamiana całki krzywoliniowej nieskierowanej na całkę oznaczoną. Zastosowania całek krzywoliniowych nieskierowanych. Określenie całki krzywoliniowej skierowanej. Zamiana całki krzywoliniowej skierowanej na całkę oznaczoną. Zastosowania całek krzywoliniowych skierowanych.
Równania różniczkowe zwyczajne
Zjawiska w fizyce i technice opisywane równaniami różniczkowymi. Równania o zmiennych rozdzielonych. Równania różniczkowe liniowe I rzędu, jednorodne i niejednorodne. Równania różniczkowe rzędu II. Równania liniowe rzędu drugiego. Zastosowanie równań różniczkowych w technice.

B. Problematyka ćwiczeń, konwersatoriów, laboratoriów, zajęć praktycznych

Treści merytoryczne
Semestr I
Elementy logiki i teorii zbiorów
Zapis za pomocą symboli logicznych oraz kwantyfikatorów zdań i funkcji zdaniowych. Sprawdzanie wartości logicznych zdań. Dowodzenie tautologii. Działania na zbiorach.
Funkcje elementarne i ich własności
Badanie podstawowych własności funkcji: monotoniczności, różnowartościowości, parzystości, nieparzystości, okresowości. Równania i nierówności wykładnicze, logarytmiczne, trygonometryczne.
Ciągi i szeregi liczbowe
Badanie monotoniczności ciągów liczbowych. Ciąg arytmetyczny i ciąg geometryczny. Obliczanie granic ciągów. Badanie zbieżności szeregów liczbowych.
Granica i ciągłość funkcji
Obliczanie granic funkcji. Badanie ciągłości funkcji w punkcie i na przedziale. Określanie rodzajów punktów nieciągłości. Zastosowania twierdzeń o funkcjach ciągłych.

Pochodna funkcji jednej zmiennej Wyznaczanie pochodnych funkcji. Interpretacja geometryczna i fizyczna pochodnej. Zastosowania różniczek funkcji. Zastosowania reguły de l'Hospitala. Badanie monotoniczności i ekstremów funkcji różniczkowalnych, badanie wklęsłości, wypukłości i punktów przegięcia. Wyznaczanie asymptot. Badanie przebiegu zmienności funkcji.
Całka nieoznaczona Całkowanie przez podstawianie. Całkowanie przez części. Całkowanie funkcji wymiernych, niewymiernych i trygonometrycznych.
Całka oznaczona Interpretacja geometryczna całki oznaczonej. Wyznaczanie całek oznaczonych. Zastosowania geometryczne i fizyczne całek oznaczonych. Wyznaczanie całek niewłaściwych..
Semestr II
Wybrane zagadnienia z rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych Wyznaczanie dziedziny funkcji dwóch i trzech zmiennych. Wyznaczanie pochodnych cząstkowych funkcji dwóch i trzech zmiennych, Zastosowania różniczki zupełnej. Wyznaczanie ekstremów lokalnych funkcji dwóch i trzech zmiennych.
Wybrane zagadnienia z rachunku całkowego funkcji wielu zmiennych Obliczanie całek podwójnych po obszarach normalnych. Zamiana zmiennych na współrzędne biegunowe. Zastosowania geometryczne i fizyczne całki podwójnej. Obliczanie całek potrójnych po obszarach normalnych. Zamiana zmiennych w całkach potrójnych. Zastosowania geometryczne i fizyczne całek potrójnych.
Elementy analizy wektorowej Wyznaczanie gradientu funkcji, potencjału, rotacji i dywergencja pola wektorowego. Badanie własności tych funkcjonalów. Badanie potencjalności pola.
Całki krzywoliniowe nieorientowane Wyznaczanie całek krzywoliniowych nieskierowanych. Wyznaczanie całek krzywoliniowych skierowanych. Zastosowania całek krzywoliniowych.
Równania różniczkowe zwyczajne Zjawiska w fizyce i technice opisywane równaniami różniczkowymi. Rozwiązywanie równań o zmiennych rozdzielonych. Rozwiązywanie równań liniowych I rzędu, jednorodnych i niejednorodnych. Rozwiązywanie wybranych równań II rzędu. Rozwiązywanie równań liniowych II rzędu. Zastosowanie równań różniczkowych w technice.

3.4 Metody dydaktyczne

Wykład: wykład z prezentacją multimedialną(możliwość wykorzystania MS Teams)

Ćwiczenia: rozwiązywanie zadań

4. METODY I KRYTERIA OCENY

4.1 Sposoby weryfikacji efektów uczenia się

Symbol efektu	Metody oceny efektów uczenia się	Forma zajęć dydaktycznych (w, ćw, ...)
---------------	----------------------------------	--

	(np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć)	
EK_01	egzamin – część teoretyczna, obserwacja w trakcie zajęć, testy kontrolne po każdej partii materiału (MS Teams),	wykład, ćwiczenia
EK_02	egzamin – część teoretyczna i zadaniowa, obserwacja w trakcie zajęć, testy kontrolne po każdej partii materiału (MS Teams)	wykład, ćwiczenia
EK_03	egzamin – część teoretyczna i zadaniowa, obserwacja w trakcie zajęć, testy kontrolne po każdej partii materiału (MS Teams)	wykład, ćwiczenia
EK_04	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa,	ćwiczenia
EK_05	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa,	ćwiczenia
EK_06	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa,	ćwiczenia
EK_07	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa,	ćwiczenia
EK_08	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa,	ćwiczenia
EK_09	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa,	ćwiczenia
EK_10	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa,	ćwiczenia
EK_11	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa,	ćwiczenia
EK_12	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa,	ćwiczenia
EK_13	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa,	ćwiczenia
EK_14	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa,	ćwiczenia
EK_15	obserwacja w trakcie zajęć.	wykład, ćwiczenia

4.2 Warunki zaliczenia przedmiotu (kryteria oceniania)

Ocena z zaliczenia

Zaliczenie ćwiczeń na podstawie kolokwίων i aktywności na zajęciach. Planowane są po dwa kolokwia w każdym semestrze. Warunkiem uzyskania zaliczenia ćwiczeń jest zdobycie co najmniej 50% punktów z każdego kolokwium. Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali:

- do 50% - niedostateczny (brak zaliczenia),
- 50% - 60% - dostateczny,
- 61% - 70% - dostateczny plus,
- 71% - 80% - dobry,

- 81% - 90% - dobry plus,
- 91% - 100% - bardzo dobry.

Aktywność na ćwiczeniach może podnieść ocenę co najwyżej o pół stopnia.

Egzamin – planowane egzaminy zarówno po I jak i II semestrze.

Warunkiem dopuszczenia do egzaminu jest zaliczenie ćwiczeń. Egzamin odbywa się w formie pisemnej i składa się z części teoretycznej i części zadaniowej. Część teoretyczna egzaminu ma postać testu i realizowana jest za pomocą narzędzia MS Teams (Forms). Studenci którzy uzyskają zaliczenie ćwiczeń na ocenę powyżej dobrej mogą być zwolnieni z części zadaniowej – ocena z zaliczenia uznana jest wówczas jako ocena z części zadaniowej. Aby uzyskać ocenę pozytywną trzeba zaliczyć obydwie części. Studenci, którzy zaliczyli tylko jedną część egzaminu mają prawo do odpowiedzi ustnej w celu zaliczenia drugiej części. Do każdej z części stosuje się przelicznik za odpowiedni procent uzyskanych punktów:

- do 50% - niedostateczny,
- 50% - 60% - dostateczny,
- 61% - 70% - dostateczny plus,
- 71% - 80% - dobry,
- 81% - 90% - dobry plus,
- 91% - 100% - bardzo dobry

Ocena końcowa jest średnią arytmetyczną z ocen z obydwu części.

5. CAŁKOWITY NAKŁAD PRACY STUDENTA POTRZEBNY DO OSIĄGNIĘCIA ZAŁOŻONYCH EFEKTÓW W GODZINACH ORAZ PUNKTACH ECTS

Forma aktywności	Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności
Godziny z harmonogramu studiów	120
Inne z udziałem nauczyciela akademickiego (udział w konsultacjach, egzaminie)	10
Godziny niekontaktowe – praca własna studenta (przygotowanie do zajęć, egzaminu, napisanie referatu itp.)	120
SUMA GODZIN	250
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS	10

** Należy uwzględnić, że 1 pkt ECTS odpowiada 25-30 godzin całkowitego nakładu pracy studenta.*

6. PRAKTYKI ZAWODOWE W RAMACH PRZEDMIOTU

wymiar godzinowy	nie dotyczy
zasady i formy odbywania praktyk	nie dotyczy

7. LITERATURA

Literatura podstawowa:

- [1] Banaś J., Wędrychowicz S., *Zbiór zadań z analizy matematycznej*. WNT, Warszawa 1993,
- [2] Gewert M., Skoczylas Z., *Analiza matematyczna 1. Definicje, twierdzenia, wzory*. Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2003,
- [3] Gewert M., Skoczylas Z., *Analiza matematyczna 1. Przykłady i zadania*, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2015,
- [4] Gewert M., Skoczylas Z., *Równania różniczkowe zwyczajne. Teoria, przykłady, zadania*. Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2000,
- [5] Krysicki W., Włodarski L., *Analiza matematyczna w zadaniach, część I i II*. PWN, Warszawa 2006,
- [6] Szpila A., *Matematyka: wybrane zagadnienia z matematyki*, skrypt dla studentów kierunków technicznych, Uniwersytet Rzeszowski, Rzeszów 2013.

Literatura uzupełniająca:

- [1] Stankiewicz J., Wilczek K., *Rachunek różniczkowy i całkowy funkcji jednej zmiennej. Teoria, przykłady, zadania*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2002,
- [2] Stankiewicz J., Wilczek K., *Rachunek różniczkowy i całkowy funkcji wielu zmiennych. Teoria, przykłady, zadania*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2008.

Akceptacja Kierownika Jednostki lub osoby upoważnionej

