

SYLABUS
DOTYCZY CYKLU KSZTAŁCENIA 2025/2026 – 2028/2029
(skrajne daty)
Rok akademicki 2025/2026

1. PODSTAWOWE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

Nazwa przedmiotu	Algebra liniowa z geometrią
Kod przedmiotu*	
Nazwa jednostki prowadzącej kierunek	Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych
Nazwa jednostki realizującej przedmiot	Instytut Matematyki
Kierunek studiów	Inżynieria materiałowa
Poziom studiów	studia I stopnia inżynierskie
Profil	ogólnoakademicki
Forma studiów	studia stacjonarne
Rok i semestr/y studiów	I rok I semestr
Rodzaj przedmiotu	przedmiot podstawowy
Język wykładowy	polski
Koordynator	dr Anna Szpila
Imię i nazwisko osoby prowadzącej / osób prowadzących	dr Anna Szpila, dr Marek Żołdak

* -opcjonalnie, zgodnie z ustaleniami w Jednostce

1.1. Formy zajęć dydaktycznych, wymiar godzin i punktów ECTS

Semestr (nr)	Wykł.	Ćw.	Konw.	Lab.	Sem.	ZP	Prakt.	Inne (jakie?)	Liczba pkt. ECTS
1	30	30	-	-	-	-	-	-	5

1.2. Sposób realizacji zajęć

- ☒ zajęcia w formie tradycyjnej
☐ zajęcia realizowane z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość

1.3 Forma zaliczenia przedmiotu (z toku) (egzamin, zaliczenie z oceną, zaliczenie bez oceny)

WYKŁAD – EGZAMIN

ĆWICZENIA – ZALICZENIE Z OCENĄ

2. WYMAGANIA WSTĘPNE

Znajomość matematyki szkolnej na poziomie matury podstawowej.

3. CELE, EFEKTY UCZENIA SIĘ, TREŚCI PROGRAMOWE I STOSOWANE METODY DYDAKTYCZNE

3.1 Cele przedmiotu

C ₁	Zapoznanie z podstawowymi pojęciami z zakresu algebry liniowej i geometrii analitycznej.
C ₂	Opanowanie podstawowych metod i technik stosowanych w algebrze liniowej i geometrii analitycznej.
C ₃	Zapoznanie z możliwościami stosowania aparatu matematycznego z zakresu algebry liniowej i geometrii analitycznej do opisu zagadnień i rozwiązywania problemów fizycznych i technicznych.

3.2 Efekty uczenia się dla przedmiotu

EK (efekt uczenia się)	Treść efektu uczenia się zdefiniowanego dla przedmiotu	Odniesienie do efektów kierunkowych ¹
EK_01	student zna i rozumie klasyczne pojęcia z algebry liniowej i geometrii analitycznej;	K_Wo1
EK_02	student zna i rozumie podstawowe techniki obliczeniowe stosowane w algebrze liniowej i geometrii analitycznej;	K_Wo1
EK_03	student zna przykłady zastosowań aparatu matematycznego właściwego dla algebry liniowej i geometrii analitycznej do opisu zagadnień fizycznych i technicznych;	K_Wo1
EK_04	student rozpoznaje struktury algebraiczne;	K_Uo1
EK_05	student działa na liczbach zespolonych i wykorzystuje liczby zespolone do opisu różnych zjawisk;	K_Uo1, K_Uo6
EK_06	student działa na macierzach, oblicza wyznaczniki, rozwiązuje różnymi metodami układy równań liniowych, modeluje rzeczywistość za pomocą układów równań liniowych;	K_Uo1
EK_07	student wykonuje działania na wektorach i interpretuje zjawiska z wykorzystaniem pojęcia wektora;	K_Uo1
EK_08	student analizuje podstawowe przestrzenie wektorowe i ich własności, rozpoznaje odwzorowania liniowe oraz wyznacza reprezentacje macierzowe odwzorowań liniowych;	K_Uo1, K_Uo6
EK_09	student opisuje na różne sposoby proste, krzywe stożkowe i płaszczyzny oraz ich wzajemne położenie;	K_Uo1, K_Uo6
EK_10	student jest gotów do wzbogacania własnej wiedzy i umiejętności w zakresie stosowania aparatu matematycznego do rozwiązywania różnych problemów związanych z kierunkiem studiów;	K_Ko1

¹ W przypadku ścieżki kształcenia prowadzącej do uzyskania kwalifikacji nauczycielskich uwzględnić również efekty uczenia się ze standardów kształcenia przygotowującego do wykonywania zawodu nauczyciela.

EK_11	student jest gotów do ustalenia priorytetów służących realizacji określonego przez siebie lub innych zadania, organizuje pracę własną oraz potrafi wykonywać zadania zespołowe.	K_K03
-------	---	-------

3.3 Treści programowe

A. Problematyka wykładu

Treści merytoryczne
Podstawowe wiadomości o strukturach algebraicznych Działania wewnętrzne, własności działań. Pojęcie grupy, pierścienia i ciała. Przykłady struktur algebraicznych.
Liczby zespolone Postać algebraiczna, trygonometryczna i wykładnicza liczby zespolonej. Działania na liczbach zespolonych. Potęgi i pierwiastki z liczb zespolonych. Rozwiązywanie równań w dziedzinie zespolonej.
Macierze i wyznaczniki Macierze i ich rodzaje. Działania na macierzach. Wyznaczniki i ich własności. Macierze odwrotne.
Układy równań liniowych Układy równań liniowych. Postać macierzowa układu równań liniowych. Wzory Cramera. Twierdzenie Kroneckera – Cappellego.
Podstawowe wiadomości o wektorach Wektory na płaszczyźnie i w przestrzeni, podstawowe działania na wektorach. Zastosowanie rachunku wektorowego do rozwiązywania problemów w geometrii.
Przestrzenie wektorowe Pojęcie przestrzeni wektorowej, przykłady. Liniowa zależność i niezależność wektorów, baza przestrzeni liniowej i jej własności, reprezentacja wektora w bazie. Podprzestrzenie liniowe.
Przekształcenia liniowe Pojęcie przekształcenia liniowego, przykłady. Macierz przekształcenia liniowego, wektory i wartości własne.
Elementy geometrii analitycznej Proste na płaszczyźnie i proste w przestrzeni. Wzajemne położenie prostych. Płaszczyzny. Wzajemne położenie płaszczyzn. Krzywe stożkowe.

B. Problematyka ćwiczeń, konwersatoriów, laboratoriów, zajęć praktycznych

Treści merytoryczne
Podstawowe struktury algebraiczne Badanie własności działań. Sprawdzanie warunków definicyjnych dla podstawowych struktur algebraicznych.
Liczby zespolone Przedstawianie liczb zespolonych w postaci algebraicznej, trygonometrycznej i wykładniczej. Działania na liczbach zespolonych. Potęgi i pierwiastki z liczb zespolonych. Rozwiązywanie równań w dziedzinie zespolonej.
Macierze i wyznaczniki Działania na macierzach. Obliczanie wyznaczników różnymi metodami. Wyznaczanie macierzy odwrotnych metodami: metodą dopełnień algebraicznych i metodą Gaussa – Jordana.

Układy równań liniowych
Zastosowanie twierdzenia Cramera i twierdzenia Kroneckera – Cappellego do rozwiązywania układów równań liniowych. Rozwiązywanie układów równań liniowych metodą macierzy odwrotnej. Rozwiązywanie układów równań liniowych metodą macierzy rozszerzonej.
Podstawowe wiadomości o wektorach
Podstawowe działania na wektorach. Zastosowanie rachunku wektorowego do rozwiązywania problemów w geometrii.
Przestrzenie wektorowe
Badanie liniowej zależności i niezależności wektorów. Sprawdzanie, czy układ wektorów tworzy bazę. Wyznaczanie współrzędnych wektorów w różnych bazach. Badanie podprzestrzeni wektorowych
Przekształcenia liniowe
Badanie przekształceń liniowych. Wyznaczanie macierzy przekształcenia liniowego, wyznaczanie wektorów i wartości własnych.
Elementy geometrii analitycznej
Wyznaczanie równań prostych na płaszczyźnie i w przestrzeni. Badanie wzajemnego położenia prostych. Wyznaczanie równań płaszczyzn. Wzajemne położenie płaszczyzn. Badanie krzywych stożkowych.

3.4 Metody dydaktyczne

Wykład: wykład problemowy, wykład z prezentacją multimedialną

Ćwiczenia: Rozwiązywanie zadań

4. METODY I KRYTERIA OCENY

4.1 Sposoby weryfikacji efektów uczenia się

Symbol efektu	Metody oceny efektów uczenia się (np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć)	Forma zajęć dydaktycznych (w, ćw, ...)
EK_01	egzamin – część teoretyczna, obserwacja w trakcie zajęć, testy kontrolne po każdej partii materiału (MS Teams)	wykład, ćwiczenia
EK_02	egzamin – część teoretyczna, obserwacja w trakcie zajęć, testy kontrolne po każdej partii materiału (MS Teams)	wykład, ćwiczenia
EK_03	egzamin - część teoretyczna, obserwacja w trakcie zajęć, testy kontrolne po każdej partii materiału (MS Teams)	wykład, ćwiczenia
EK_04	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa	ćwiczenia
EK_05	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa	ćwiczenia
EK_06	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa	ćwiczenia

EK_07	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa	ćwiczenia
EK_08	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa	ćwiczenia
EK_09	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa	ćwiczenia
EK_10	obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_11	obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia

4.2 Warunki zaliczenia przedmiotu (kryteria oceniania)

Ocena z zaliczenia

Zaliczenie ćwiczeń na podstawie kolokwiów i aktywności na zajęciach. Planowane są dwa kolokwia. Warunkiem uzyskania zaliczenia ćwiczeń jest zdobycie co najmniej 50% punktów z każdego kolokwium. Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali:

- do 50% - niedostateczny (brak zaliczenia),
- 50% - 59% - dostateczny,
- 60% - 69% - dostateczny plus,
- 70% - 79% - dobry,
- 80% - 89% - dobry plus,
- 90% - 100% - bardzo dobry.

Aktywność na ćwiczeniach może podnieść ocenę co najwyżej o pół stopnia.

Egzamin

Warunkiem dopuszczenia do egzaminu jest zaliczenie ćwiczeń. Egzamin odbywa się w formie pisemnej i składa się z części teoretycznej i części zadaniowej. Część teoretyczna egzaminu ma postać testu i realizowana jest przy pomocy narzędzia MS Teams (Forms).

W trakcie semestru, po każdym dziale studenci mogą rozwiązywać testy cząstkowe. Planowanych jest 7 testów. Studenci którzy rozwiążą wszystkie testy w zadanych terminach i uzyskają z nich średnią nie mniejszą niż 80% mogą być zwolnieni z części teoretycznej egzaminu. Obowiązuje wówczas skala 80% - 89% - dobry plus, 90% - 100% - bardzo dobry.

Studenci którzy uzyskają ocenę z zaliczenia ćwiczeń powyżej oceny dobrej mogą być zwolnieni z części zadaniowej – ocena z zaliczenia uznana jest wówczas jako ocena z części zadaniowej.

Aby uzyskać ocenę pozytywną trzeba zaliczyć obydwie części. Studenci, którzy zaliczyli tylko jedną część egzaminu mają prawo do odpowiedzi ustnej w celu zaliczenia drugiej części. Do każdej z części stosuje się przelicznik za odpowiedni procent uzyskanych punktów:

do 50% - niedostateczny (brak zaliczenia),

- 50% - 59% - dostateczny,
- 60% - 69% - dostateczny plus,
- 70% - 79% - dobry,
- 80% - 89% - dobry plus,
- 90% - 100% - bardzo dobry.

Ocena końcowa jest średnią arytmetyczną z ocen z obydwu części.

5. CAŁKOWITY NAKŁAD PRACY STUDENTA POTRZEBNY DO OSIĄGNIĘCIA ZAŁOŻONYCH EFEKTÓW W GODZINACH ORAZ PUNKTACH ECTS

Forma aktywności	Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności
Godziny z harmonogramu studiów	60

Inne z udziałem nauczyciela akademickiego (udział w przygotowaniu do egzaminu, egzaminie)	5
Godziny niekontaktowe – praca własna studenta (przygotowanie do zajęć, egzaminu, napisanie referatu itp.)	60
SUMA GODZIN	125
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS	5

** Należy uwzględnić, że 1 pkt ECTS odpowiada 25-30 godzin całkowitego nakładu pracy studenta.*

6. PRAKTYKI ZAWODOWE W RAMACH PRZEDMIOTU

wymiar godzinowy	nie dotyczy
zasady i formy odbywania praktyk	nie dotyczy

7. LITERATURA

Literatura podstawowa:

- [1] Banaszek G., Gajda W., Elementy algebry liniowej, cz.1, WNT, Warszawa 2002,
- [2] Gdowski B., Pluciński E., Zadania z rachunku wektorowego i geometrii analitycznej, PWN, Warszawa 1982,
- [3] Juraszewska R., Szpila A., Matematyka dla studentów studiów przyrodniczych, Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego, Rzeszów 2024,
- [4] Jurlewicz T., Skoczylas Z., Algebra liniowa 1: definicje, twierdzenia, wzory, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2005,
- [5] Jurlewicz T., Skoczylas Z., Algebra liniowa 1: przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2005,
- [6] Jurlewicz T., Skoczylas Z., Algebra liniowa 2 : definicje, twierdzenia, wzory, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2005,
- [7] Jurlewicz T., Skoczylas Z. Algebra liniowa 2 : przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2005,
- [8] Piasecka J., Algebra liniowa z elementami geometrii, Teoria, przykłady, zadania, BEL Studio, Warszawa 2019.
- [9] Rutkowski J., Algebra liniowa w zadaniach, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2008;
- [10] Szpila A., Matematyka: wybrane zagadnienia z matematyki, skrypt dla studentów kierunków technicznych, Uniwersytet Rzeszowski, Rzeszów 2013.

Literatura uzupełniająca:

- [1] Stankiewicz J., Wilczek K., Algebra z geometrią. Teoria, przykłady, zadania, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2011.

Akceptacja Kierownika Jednostki lub osoby upoważnionej