

**SYLABUS**  
**DOTYCZY CYKLU KSZTAŁCENIA 2023-2025**  
(skrajne daty)  
Rok akademicki 2024/2025

**1. PODSTAWOWE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE**

|                                                       |                                                   |
|-------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| Nazwa przedmiotu                                      | Matematyka finansowa 2                            |
| Kod przedmiotu*                                       |                                                   |
| Nazwa jednostki prowadzącej kierunek                  | Kolegium Nauk Przyrodniczych                      |
| Nazwa jednostki realizującej przedmiot                | Kolegium Nauk Przyrodniczych, Instytut Matematyki |
| Kierunek studiów                                      | Matematyka                                        |
| Poziom studiów                                        | studia drugiego stopnia                           |
| Profil                                                | ogólnoakademicki                                  |
| Forma studiów                                         | stacjonarne                                       |
| Rok i semestr/y studiów                               | rok II, semestr 4                                 |
| Rodzaj przedmiotu                                     | specjalnościowy                                   |
| Język wykładowy                                       | polski                                            |
| Koordinator                                           | dr hab. prof. UR Rostyslav Hryniv                 |
| Imię i nazwisko osoby prowadzącej / osób prowadzących | dr hab. prof. UR Rostyslav Hryniv                 |

\* -opcjonalnie, zgodnie z ustaleniami w Jednostce

**1.1. Formy zajęć dydaktycznych, wymiar godzin i punktów ECTS**

| Semestr (nr) | Wykł. | Ćw. | Konw. | Lab. | Sem. | ZP | Prakt. | Inne | Liczba pkt. ECTS |
|--------------|-------|-----|-------|------|------|----|--------|------|------------------|
| 4            | 30    |     |       | 15   |      |    |        |      | 5                |

**1.2. Sposób realizacji zajęć**

- ☒ zajęcia w formie tradycyjnej
- ☒ zajęcia realizowane z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość

**1.3 Forma zaliczenia przedmiotu (z toku) (egzamin, zaliczenie z oceną, zaliczenie bez oceny)**

Ćwiczenia laboratoryjne - zaliczenie na ocenę  
Wykład - egzamin

**2. WYMAGANIA WSTĘPNE**

|                                                                                                                                         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Rachunek prawdopodobieństwa z elementami statystyki matematycznej,<br>analiza stochastyczna, równania różniczkowe zwyczajne i cząstkowe |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

### 3. CELE, EFEKTY UCZENIA SIĘ, TREŚCI PROGRAMOWE I STOSOWANE METODY DYDAKTYCZNE

#### 3.1 Cele przedmiotu

|    |                                                                                                                                                                                             |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| C1 | Nauczanie podstaw teorii opcji, treści merytorycznej pojęcia arbitrażu, zapoznanie z modelami rynku finansowego o czasie dyskretnym (Coxa-Rossa-Rubinsteina) oraz ciągłym (Blacka-Scholesa) |
| C2 | Zastosowanie procesów stochastycznych i teorii martyngałów do modelowania rynków finansowych                                                                                                |
| C3 | Zastosowania wzorów Blacka-Scholesa do wyceny opcji z prawem kupna oraz sprzedaży aktywów bazowego; numeryczne obliczenie wartości opcji europejskich                                       |

#### 3.2 Efekty uczenia się dla przedmiotu

| EK (efekt uczenia się) | Treść efektu uczenia się zdefiniowanego dla przedmiotu                                                                                                                                                                                        | Odniesienie do efektów kierunkowych <sup>1</sup> |
|------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| EK_01                  | Student zna podstawy modelowania stochastycznego w matematyce finansowej z zakresu ciągłych i dyskretnych modeli wyceny opcji<br><br>Student zna najważniejsze twierdzenia związane z wyceną opcji                                            | K_Wo6, K_Wo7                                     |
| EK_02                  | Student potrafi stosować procesy stochastyczne do modelowania cen opcji<br><br>Student umie zaimplementować numeryczną wycenę opcji europejskich<br><br>Student umie w praktyce zastosować formuły Blacka-Scholesa do wyceny opcji giełdowych | K_Uo8, K_U13                                     |
| EK_03                  | Zachowuje ostrożność i krytycyzm w zastosowaniu różnych metod matematycznych do modelowania procesów stochastycznych i strategii arbitrażowych                                                                                                | K_Ko4, K_Ko2                                     |

#### 3.3 Treści programowe

##### A. Problematyka wykładu

|                                                                                                                                                                            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Treści merytoryczne                                                                                                                                                        |
| 1. Opcje: pojęcia podstawowe, rodzaje opcji<br>2. Model dwumianowy Coxa-Rossa-Rubinsteina (CRR): założenia, portfel bez ryzyka, portfel samofinansujący się i replikujący. |

<sup>1</sup> W przypadku ścieżki kształcenia prowadzącej do uzyskania kwalifikacji nauczycielskich uwzględnić również efekty uczenia się ze standardów kształcenia przygotowującego do wykonywania zawodu nauczyciela.

3. Wycena opcji w modelu dwumianowym za pomocą teorii martyngałów: warunkowa wartość oczekiwana, martyngały, wzór CRR, parytet kupna i sprzedaży
4. Od CRR do Blacka-Scholesa: postać specjalna modelu dwumianowego, przejście graniczne, założenia teorii Blacka-Scholesa
5. Procesy stochastyczne: podstawowe pojęcia, skalarne charakterystyki, proces Wienera
6. Różniczka stochastyczna i wzór Itô. Równania różniczkowe stochastyczne
7. Całka stochastyczna Itô. Przykłady obliczeń. Całka procesu prostego. Całka Itô procesu ogólnego.
8. Filtracja, procesy adaptowane i prognozowalne. Martyngały o czasie ciągłym. Własności i przykłady.
9. Model rynku o czasie ciągłym: założenia i parametry
10. Strategia samofinansująca się
11. Strategia replikująca wypłatę opcji
12. Równanie Blacka-Scholesa
13. Arbitraż i miara martyngałowa. Zamiana miary. Twierdzenie Girsanowa
14. Wzór Blacka-Scholesa. Parytet kupna i sprzedaży

#### B. Problematyka ćwiczeń laboratoryjnych

| Treści merytoryczne                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Modelowanie ceny akcji na drzewach dwumianowych</li> <li>2. Obliczenie wartości opcji europejskich w modelu dwumianowym</li> <li>3. Modelowanie procesów stochastycznych w czasie ciągłym</li> <li>4. Modelowanie ceny akcji w modelu Blacka-Scholesa</li> <li>5. Obliczenie wartości opcji europejskich w modelu Blacka-Scholesa</li> </ol> |

### 3.4 Metody dydaktyczne

Wykład: wykład problemowy z prezentacją multimedialną.

Ćwiczenia laboratoryjne: wykonywanie doświadczeń, praca w grupach (rozwiązywanie zadań, dyskusja).

## 4. METODY I KRYTERIA OCENY

### 4.1 Sposoby weryfikacji efektów uczenia się

| Symbol efektu | Metody oceny efektów uczenia się<br>(np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć) | Forma zajęć dydaktycznych<br>(w, ćw, ...) |
|---------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|
| EK_01         | sprawdziany pisemne, odpowiedź ustna, egzamin ustny                                                                                     | wykład,<br>ćwiczenia                      |

|       |                                                                                     |                   |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| EK_02 | obserwacja w trakcie zajęć, doświadczenia laboratoryjne, kolokwium, odpowiedź ustna | wykład, ćwiczenia |
| EK_03 | obserwacja w trakcie zajęć, doświadczenia laboratoryjne, odpowiedź ustna            | ćwiczenia         |

#### 4.2 Warunki zaliczenia przedmiotu (kryteria oceniania)

##### **Zaliczenie ćwiczeń laboratoryjnych:**

Ocena końcowa jest średnią dwóch ocen ze sprawdzianów pisemnych oraz ocen za wykonanie zadań laboratoryjnych. Ocena indywidualna wykonanych zadań laboratoryjnych podczas rozmowy indywidualnej. Na ocenę ma wpływ 50% poprawność wykonania pracy, 50% poprawność odpowiedzi na zadane pytania. Warunkiem uzyskania zaliczenia zajęć laboratoryjnych jest zdobycie co najmniej 50% punktów z każdego zadania. Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali:

- poniżej 50% pkt. – brak zaliczenia,
- [50 – 60%) pkt. – dostateczny,
- [60 – 70%) pkt. – plus dostateczny,
- [70 – 80%) pkt. – dobry,
- [80 – 90%) pkt. – plus dobry,
- [90– 100%] pkt. – bardzo dobry.

**Egzamin:** Warunkiem zdania egzaminu jest uzyskanie z niego co najmniej 50% punktów.

Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest uzyskanie pozytywnej oceny z ćwiczeń laboratoryjnych. Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali:

- poniżej 50% pkt. – niedostateczny,
- [50 – 60%) pkt. – dostateczny,
- [60 – 70%) pkt. – plus dostateczny,
- [70 – 80%) pkt. – dobry,
- [80 – 90%) pkt. – plus dobry,
- [90 – 100%] pkt. – bardzo dobry.

#### 5. CAŁKOWITY NAKŁAD PRACY STUDENTA POTRZEBNY DO OSIĄGNIĘCIA ZAŁOŻONYCH EFEKTÓW W GODZINACH ORAZ PUNKTACH ECTS

| Forma aktywności                                                                                                       | Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| Godziny z harmonogramu studiów                                                                                         | 45                                                |
| Inne z udziałem nauczyciela akademickiego (udział w konsultacjach, egzaminie)                                          | 5                                                 |
| Godziny niekontaktowe – praca własna studenta (przygotowanie do zajęć, egzaminu, wykonanie zadań laboratoryjnych itp.) | 75                                                |
| SUMA GODZIN                                                                                                            | 125                                               |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS</b>                                                                                  | <b>5</b>                                          |

\* Należy uwzględnić, że 1 pkt ECTS odpowiada 25-30 godzin całkowitego nakładu pracy studenta.

## 6. PRAKTYKI ZAWODOWE W RAMACH PRZEDMIOTU

|                                  |             |
|----------------------------------|-------------|
| wymiar godzinowy                 | Nie dotyczy |
| zasady i formy odbywania praktyk | Nie dotyczy |

## 7. LITERATURA

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Literatura podstawowa:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. J. Jakubowski, A. Palczewski, M. Rutkowski, Ł. Stettner, Matematyka finansowa – instrumenty pochodne, WNT, Warszawa 2003.</li><li>2. J. Kudła, Instrumenty finansowe, Warszawa, 2002.</li><li>3. S. R. Pliska, Wprowadzenie do matematyki finansowej. Modele z czasem dyskretnym, WNT, Warszawa 2005.</li><li>4. M. Podgórska, J. Klimkowska, Matematyka finansowa, PWN, 2005.</li><li>5. A. Weron, R. Weron, Inżynieria finansowa. Wycena instrumentów pochodnych. Symulacje komputerowe. Statystyka rynku, wyd. II, WNT, Warszawa, 1999.</li><li>6. M. Wiciak, Wybrane zagadnienia teorii opcji, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, 2007.</li><li>7. A. Winiarz, A. Pieniążek, J. Weiss, Procesy stochastyczne w problemach i zadaniach: skrypt dla studentów wyższych szkół technicznych, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2000</li></ol> |
| <p>Literatura uzupełniająca:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. N.H. Bingham, R. Kiesel, Risk-Neutral Valuation, Springer 1998.</li><li>2. Dana R-A., Jeanblanc M. Financial markets in continuous time, Springer, 2007.</li><li>3. Y. K. Kwok Mathematical Models of Financial Derivatives, Springer Finance.</li><li>4. Paolo Brandimarte, Numerical Methods in Finance &amp; Economics A MATLAB based Introduction, Wiley Interscience, 2006</li><li>5. P. Glasserman, Monte Carlo Methods in Financial Engineering, Springer, 2004</li><li>6. R. Seydel, Tools for Computational Finance, Springer, 2002</li></ol>                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |

Akceptacja Kierownika Jednostki lub osoby upoważnionej