SYLABUS

DOTYCZY CYKLU KSZTAŁCENIA *2026-2029*

(skrajne daty)

Rok akademicki 2027/2028

1. PODSTAWOWE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE/MODULE

Nazwa przedmiotu	Wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa
Kod przedmiotu*	
Nazwa jednostki prowadzącej kierunek	Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych
Nazwa jednostki realizującej przedmiot	Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych Instytut Matematyki
Kierunek studiów	Matematyka
Poziom kształcenia	studia I stopnia
Profil	ogólnoakademicki
Forma studiów	stacjonarne
Rok i semestr studiów	rok II, semestr 3
Rodzaj przedmiotu	kierunkowy
Język wykładowy	język polski
Koordynator	dr hab. Rostyslav Hryniv, prof. UR
Imię i nazwisko osoby prowadzącej / osób prowadzących	dr hab. Rost**y**slav Hryniv, prof. UR, dr Jacek Kucab

***** *- zgodnie z ustaleniami w Jednostce*

1.1.Formy zajęć dydaktycznych, wymiar godzin i punktów ECTS

Semestr (nr)	Wykł.	Ćw.	Konw.	Lab.	Sem.	ZP	Prakt.	Inne (jakie?)	**Liczba pkt ECTS**
3	30	30							6

1.2. Sposób realizacji zajęć

☒ zajęcia w formie tradycyjnej

☒ zajęcia realizowane z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość

1.3 Forma zaliczenia przedmiotu /modułu (z toku) (egzamin, zaliczenie z oceną, zaliczenie bez oceny)

Wykład-egzamin,

Ćwiczenia - zaliczenie na ocenę

2.WYMAGANIA WSTĘPNE

Przygotowanie z zakresu matematyki szkolnej, analiza matematyczna I

3. CELE, EFEKTY UCZENIA SIĘ , TREŚCI PROGRAMOWE I STOSOWANE METODY DYDAKTYCZNE

3.1 Cele przedmiotu/modułu

C1	Zapoznanie studentów z podstawowymi metodami rachunku prawdopodobieństwa
C2	Ćwiczenie dostrzegania w otaczającej rzeczywistości zjawisk i procesów o charakterze losowym i opisywanie ich w terminach rachunku prawdopodobieństwa
C3	Rozwijanie umiejętności rachunkowych i interpretacyjnych

3.2 Efekty uczenia się dla przedmiotu

Symbol efektu	Metody oceny efektów uczenia się (np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć)	Forma zajęć dydaktycznych (w, ćw, ...)
EK_01	student zna i rozumie różne definicje prawdopodobieństwa	K_W01,K_W03
EK_02	student zna i rozumie dyskretne i ciągłe rozkłady prawdopodobieństwa	K_W01,K_W03
EK_03	student zna i rozumie prawa wielkich liczb i centralne twierdzenie graniczne.	K_W02,K_W04
EK_04	student potrafi zastosować schematy kombinatoryczne w zadaniach.	K_U01,K_U02,K_U12
EK_05	student potrafi rozwiązać zadania z klasycznego prawdopodobieństwa.	K_U01,K_U02,K_U12
EK_06	student potrafi wyznaczyć momenty rozkładów dyskretnych i ciągłych jednowymiarowych i dwuwymiarowych.	K_U01,K_U02,K_U12
EK_07	student jest gotów do uznania ograniczenia własnej wiedzy, rozumie potrzebę dalszego kształcenia oraz potrzebę stosowania zdobytej wiedzy w praktyce, korzystając z opinii ekspertów, określa priorytety służące rozwiązaniu zadania	K_K01,K_K02,K_K03

3.3 Treści programowe (wypełnia koordynator)

A. Problematyka wykładu

Treści merytoryczne
1. Wprowadzenie: doświadczenie losowe, zdarzenia elementarne i losowe. Prawdopodobieństwo w ujęciu klasycznym i geometrycznym.

2. Elementy kombinatoryki: permutacje, wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń, kombinacje; schematy losowania ze zwracaniem i bez zwracania.
3. Aksjomaty Kołmogorowa, przestrzeń probabilistyczna (definicja). Zdarzenia a zbiory: działania na zdarzeniach, prawa de Morgana.
4. Własności prawdopodobieństwa, wzór włączeń i wyłączeń. Modele z nieskończoną liczbą wyników (np. gra do pierwszego sukcesu).
5. Prawdopodobieństwo warunkowe, wzór łańcuchowy (reguła mnożenia), wzór na prawdopodobieństwo całkowite, wzór Bayesa.
6. Niezależność zdarzeń (parami i łączna); przykłady zastosowań warunkowania.
7. Zmienna losowa i jej rozkład; dystrybuanta i jej własności. Zmienne losowe dyskretne, funkcja prawdopodobieństwa.
8. Schemat Bernoulliego. Wybrane rozkłady dyskretne: dwumianowy, geometryczny, hipergeometryczny, Poissona; twierdzenie Poissona.
9. Zmienne losowe ciągłe, gęstość. Rozkłady jednostajny, wykładniczy (własność braku pamięci) i normalny.
10. Rozkład funkcji zmiennej losowej. Wartość oczekiwana zmiennej losowej dyskretnej i ciągłej oraz jej własności.
11. Wariancja i odchylenie standardowe, momenty zwykłe i centralne, kwantyle; momenty poznanych rozkładów. Nierówności Markowa i Czebyszewa.
12. Wektory losowe dwuwymiarowe: rozkład łączny, dystrybuanta, rozkłady brzegowe i warunkowe; niezależność zmiennych losowych.
13. Kowariancja i współczynnik korelacji, wariancja sumy zmiennych losowych. Prawo wielkich liczb (Bernoulliego, Czebyszewa).
14. Centralne twierdzenie graniczne (Lindeberga–Lévy'ego), integralne twierdzenie de Moivre'a–Laplace'a; przybliżanie rozkładów.
15. Rozkłady związane z rozkładem normalnym (chi-kwadrat, t-Studenta); zastosowania rachunku prawdopodobieństwa i wprowadzenie do wnioskowania statystycznego.

B. Problematyka ćwiczeń

Treści merytoryczne
1. Opis przestrzeni zdarzeń elementarnych; obliczanie prawdopodobieństw klasycznych i geometrycznych w prostych modelach. 2. Rozwiązywanie zadań kombinatorycznych i obliczanie prawdopodobieństw klasycznych z wykorzystaniem schematów losowania. 3. Działania na zdarzeniach, zapis zdarzeń w języku teorii zbiorów, stosowanie praw de Morgana. 4. Stosowanie własności prawdopodobieństwa i wzoru włączeń i wyłączeń; obliczanie prawdopodobieństw w modelach z nieskończoną liczbą wyników (z wykorzystaniem szeregów). 5. Stosowanie wzoru na prawdopodobieństwo warunkowe, reguły mnożenia, wzoru na prawdopodobieństwo całkowite i wzoru Bayesa. 6. Badanie niezależności zdarzeń; rozwiązywanie zadań metodą warunkowania.

7. Kolokwium 1 (tematy 1–6).
8. Zadania ze schematem Bernoulliego. Wyznaczanie funkcji prawdopodobieństwa i dystrybuanty zmiennych losowych dyskretnych; zadania z rozkładami dwumianowym, geometrycznym, hipergeometrycznym i Poissona.
9. Przybliżanie rozkładu dwumianowego rozkładem Poissona. Wyznaczanie gęstości i dystrybuanty zmiennych losowych ciągłych.
10. Obliczanie prawdopodobieństw dla rozkładów jednostajnego, wykładniczego i normalnego (z wykorzystaniem tablic); wyznaczanie rozkładu funkcji zmiennej losowej.
11. Wyznaczanie wartości oczekiwanej, wariancji, momentów i kwantyli; stosowanie nierówności Czebyszewa.
12. Wyznaczanie rozkładów brzegowych i warunkowych pary zmiennych losowych; badanie niezależności zmiennych losowych.
13. Obliczanie kowariancji i współczynnika korelacji; stosowanie prawa wielkich liczb.
14. Kolokwium 2 (tematy 8–13).
15. Zastosowania centralnego twierdzenia granicznego i twierdzenia de Moivre'a–Laplace'a; kolokwium poprawkowe.

3.4 Metody dydaktyczne

Ćwiczenia: Rozwiązywanie zadań, dyskusja, praca w grupach

Wykłady: wykład problemowy/wykład z prezentacją multimedialną/ metody kształcenia na odległość

4. METODY I KRYTERIA OCENY

4.1 Sposoby weryfikacji efektów uczenia się

Symbol efektu	Metody oceny efektów uczenia się (np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć)	Forma zajęć dydaktycznych (w, ćw, ...)
EK_01	egzamin	wykład
EK_02	egzamin	wykład
EK_03	egzamin	wykład
EK_04	egzamin, kolokwium	wykład, ćwiczenia
EK_05	egzamin, kolokwium	wykład, ćwiczenia
EK_06	egzamin, kolokwium	wykład, ćwiczenia
EK_07	obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia

4.2 Warunki zaliczenia przedmiotu (kryteria oceniania)

Zaliczenie ćwiczeń na podstawie kolokwiów i aktywności na zajęciach. Warunkiem uzyskania zaliczenia ćwiczeń jest zdobycie co najmniej 50% punktów z każdego kolokwium. Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali: - poniżej 50% pkt. – brak zaliczenia, - [50 – 60%) pkt. – dostateczny, - [60 – 70%) pkt. – plus dostateczny, - [70 – 80%) pkt. – dobry, - [80 – 90%) pkt. – plus dobry, - [90– 100%] pkt. – bardzo dobry. Aktywność na ćwiczeniach może podnieść ocenę co najwyżej o pół stopnia. **Egzamin:** Warunkiem zdania egzaminu jest uzyskanie z niego co najmniej 50% punktów. Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali: - poniżej 50% pkt. – niedostateczny, - [50 – 60%) pkt. – dostateczny, - [60 – 70%) pkt. – plus dostateczny, - [70 – 80%) pkt. – dobry, - [80 – 90%) pkt. – plus dobry, - [90 – 100%] pkt. – bardzo dobry.

5. CAŁKOWITY NAKŁAD PRACY STUDENTA POTRZEBNY DO OSIĄGNIĘCIA ZAŁOŻONYCH EFEKTÓW W GODZINACH ORAZ PUNKTACH ECTS

Forma aktywności	Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności
Godziny z harmonogramu studiów	60
Inne z udziałem nauczyciela akademickiego (udział w konsultacjach, egzaminie)	5
Godziny niekontaktowe – praca własna studenta (przygotowanie do zajęć, egzaminu, napisanie referatu itp.)	85
SUMA GODZIN	150
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS	6

** Należy uwzględnić, że 1 pkt ECTS odpowiada 25-30 godzin całkowitego nakładu pracy studenta.*

6. PRAKTYKI ZAWODOWE W RAMACH PRZEDMIOTU/ MODUŁU

wymiar godzinowy	nie dotyczy
zasady i formy odbywania praktyk	nie dotyczy

7. LITERATURA

Literatura podstawowa:

1. W. Feller, Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa, T.1, PWN, Warszawa 2006.
2. J. Jakubowski, R. Sztencel: Wstęp do teorii prawdopodobieństwa, wyd. 4, Script, Warszawa 2010.
3. M. Majsnerowska: Elementarny wykład z rachunku prawdopodobieństwa z zadaniami, Wyd. Uniw. Wrocławskiego, 2005.
4. W. Krysicki, J. Bartos, W. Dyczka, K. Królikowska, M. Wasilewski, Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach, cz. 1, PWN, Warszawa 2012.
5. M. Krzyśko, Wykłady z teorii prawdopodobieństwa, WNT, Warszawa 2000.
6. A. Plucińska, E. Pluciński, Probabilistyka, WNT, Warszawa 2006.

Literatura uzupełniająca:

1. L. Kubik, Rachunek prawdopodobieństwa. Podręcznik dla nauczycielskich studiów matematycznych, PWN, Warszawa 1981.
2. P. Pusz, L. Zaręba, Wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa, Wydawnictwo Oświatowe Fosze, Rzeszów 2010.
3. C. M. Grinstead, J. L. Snell, Introduction to Probability, American Mathematical Society, Providence 1997 (dostęp otwarty).

Akceptacja Kierownika Jednostki lub osoby upoważnionej