SYLABUS

DOTYCZY CYKLU KSZTAŁCENIA *2026-2029.*

(skrajne daty)

Rok akademicki 2027/2028

1. PODSTAWOWE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE/MODULE

Nazwa przedmiotu	Algebra z teorią liczb
Kod przedmiotu *	
Nazwa jednostki prowadzącej kierunek	Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych
Nazwa jednostki realizującej przedmiot	Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych Instytut Matematyki
Kierunek studiów	Matematyka
Poziom kształcenia	studia I stopnia
Profil	ogólnoakademicki
Forma studiów	stacjonarne
Rok i semestr studiów	rok II, semestr 3
Rodzaj przedmiotu	przedmiot kierunkowy
Język wykładowy	język polski
Koordynator	dr Alan Czuroń
Imię i nazwisko osoby prowadzącej / osób prowadzących	dr Alan Czuroń

*** -***opcjonalnie*, *zgodnie z ustaleniami w Jednostce*

1.1.Formy zajęć dydaktycznych, wymiar godzin i punktów ECTS

Semestr (nr)	Wykł.	Ćw.	Konw.	Lab.	Sem.	ZP	Prakt.	Inne (jakie?)	**Liczba pkt ECTS**
3	30	30							6

1.2. Sposób realizacji zajęć

☒ zajęcia w formie tradycyjnej

zajęcia realizowane z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość

1.3 Forma zaliczenia przedmiotu /modułu (z toku) (egzamin, zaliczenie z oceną, zaliczenie bez oceny)

Wykład- egzamin

Ćwiczenia- zaliczenie z oceną

2.WYMAGANIA WSTĘPNE

Znajomość logiki i teorii mnogości oraz algebry liniowej.

3. CELE, EFEKTY KSZTAŁCENIA , TREŚCI PROGRAMOWE I STOSOWANE METODY DYDAKTYCZNE

3.1 Cele przedmiotu/modułu

C1	Poznanie podstawowych pojęć i twierdzeń algebry i teorii liczb.
C2	Rozwijanie umiejętności rozpoznawania struktur algebraicznych w zagadnieniach z różnych działów matematyki.
C3	Nabycie umiejętności posługiwania się podstawowymi pojęciami i narzędziami algebry abstrakcyjnej i teorii liczb.
C4	Rozwijanie umiejętności prowadzenia rozumowań algebraiczno-teriolicznowych.

3.2 **Efekty uczenia się dla przedmiotu**

EK (efekt kształcenia)	Treść efektu kształcenia zdefiniowanego dla przedmiotu (modułu)	Odniesienie do efektów kierunkowych **(KEK)**
EK_01	Student zna i rozumie podstawowe pojęcia, twierdzenia i metody algebry abstrakcyjnej z zakresu teorii grup i pierścieni oraz teorii liczb, a także zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia z tego zakresu.	K_W02, K_W03, K_W04,
EK_02	Student potrafi stosować poznane pojęcia, twierdzenia i metody algebry oraz teorii liczb do rozwiązywania konkretnych zadań. Dostrzega możliwość wykorzystania narzędzi algebry abstrakcyjnej do rozwiązywania problemów matematycznych lub o charakterze praktycznym.	K_U01, K_U13
EK_03	Student potrafi w sposób zrozumiały przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne dotyczące pojęć z zakresu algebry oraz teorii liczb, umie przeprowadzać dowody wybranych twierdzeń teorii grup, pierścieni i ciał.	K_U02
EK_04	Student potrafi dostrzec i wykazać obecność struktury grupy lub pierścienia w różnych zagadnieniach matematycznych. Rozpoznaje podstruktury (podgrupy, podpierścienie, podciała) danych struktur algebraicznych. Konstruuje nowe grupy i pierścienie za pomocą iloczynów kartezjańskich. Bada podstawowe własności grup i pierścieni oraz ich elementów. Zna podstawowe własności liczb całkowitych w teorii liczb.	K_U01,K_U13, K_U05
EK_05	Student posługuje się pojęciami podgrupy niezmienniczej grupy i ideału pierścienia. Konstruuje grupy i pierścienie ilorazowe oraz bada ich własności.	K_U01,K_U13, K_U05
EK_06	Student operuje pojęciami homomorfizmu struktur algebraicznych (grup, pierścieni), jądra i obrazu homomorfizmu. Rozumie znaczenie izomorfizmów, rozpoznaje struktury izomorficzne.	K_U01, K_U13
EK_08	Student posługuje się podstawowymi pojęciami teorii podzielności w pierścieniach całkowitych, w szczególności rozróżnia specjalne typy elementów. Stosuje właściwe	K_U01, K_U13

	metody do wyznaczania największego wspólnego dzielnika i najmniejszej wspólnej wielokrotności.	
EK_10	Student potrafi formułować pytania służące zrozumieniu badanego problemu oraz wyrażać własne opinie na temat teoretycznych i praktycznych zagadnień z algebry oraz teorii liczb.	K_K02

3.3 Treści programowe

A. Problematyka wykładu

Treści merytoryczne
Działania i ich własności. Grupy, grupy przekształceń, grupy permutacji. Podgrupy, warstwy, podgrupy niezmiennicze, grupy ilorazowe.
Homomorfizmy grup, twierdzenia dotyczące homomorfizmów (izomorfizmów) grup.
Suma prosta grup. Grupy cykliczne. Grupy abelowe skończenie generowane.
Pierścienie, pierścienie całkowite, ciała. Podpierścienie, ideały, pierścienie ilorazowe.
Homomorfizmy pierścieni, twierdzenia dotyczące homomorfizmów (izomorfizmów) pierścieni.
Charakterystyka pierścienia całkowitego. Ciało ułamków pierścienia całkowitego.
Wielomiany, pierścienie wielomianów. Pierwiastki wielomianu, pierwiastki wielokrotne. Dzielenie wielomianów z resztą. Wielomiany wielu zmiennych (informacyjnie).
Relacja podzielności w pierścieniu całkowitym, relacja stowarzyszenia, grupa elementów odwracalnych. Rozkład elementu na czynniki, elementy rozkładalne i nierozkładalne, elementy pierwsze. Pierścienie z rozkładem, pierścienie z jednoznacznością rozkładu. Największy wspólny dzielnik i najmniejsza wspólna wielokrotność.
Zależność między największym wspólnym podzielnikiem i najmniejszą wspólną wielokrotną.
Liczby względnie pierwsze, zasadnicze twierdzenie arytmetyki, algorytm Euklidesa.
Obliczanie największego wspólnego podzielnika oraz najmniejszej wspólnej wielokrotnej dowolnej skończonej liczby liczb naturalnych.
Twierdzenie chińskie o resztach, twierdzenie Thue'go.

A. Problematyka ćwiczeń

Treści merytoryczne
Badanie własności działań. Grupy, grupy abelowe. Grupy przekształceń, grupy permutacji. Podgrupy. Warstwy względem podgrupy. Podgrupy niezmiennicze. Konstruowanie grup ilorazowych.
Homomorfizmy grup, rodzaje homomorfizmów. Jądro i obraz homomorfizmu. Badanie, czy grupy są izomorficzne.
Wyznaczanie rzędów elementów grupy. Własności grup cyklicznych, badanie cykliczności grup.

Pierścienie, pierścienie przemienne, z jedynką. Dzielniki zera i elementy odwracalne. Pierścienie całkowite. Ciała. Podpierścienie i ideały. Pierścienie ilorazowe. Ideały pierwsze i ideały maksymalne.
Homomorfizmy pierścieni, jądro i obraz homomorfizmu. Badanie, czy pierścienie (ciała) są izomorficzne. Charakterystyka pierścienia całkowitego.
Pierścienie wielomianów. Dzielenie wielomianów z resztą. Pierwiastki wielomianów i ich krotności.
Relacje podzielności i stowarzyszenia w pierścieniu całkowitym. Wyznaczanie dzielników elementu pierścienia całkowitego oraz elementów z nim stowarzyszonych. Elementy rozkładalne i nierozkładalne. Elementy pierwsze. Rozkład elementu na czynniki nierozkładalne, jednoznaczność rozkładu na czynniki nierozkładalne. Największy wspólny dzielnik i najmniejsza wspólna wielokrotność. Suma i iloczyn ideałów, ideały główne w teorii podzielności. Stosowanie algorytmu Euklidesa.
Liczby względnie pierwsze, zasadnicze twierdzenie arytmetyki, algorytm Euklidesa.
Obliczanie największego wspólnego podzielnika oraz najmniejszej wspólnej wielokrotnej dowolnej skończonej liczby liczb naturalnych.

3.4 Metody dydaktyczne

Wykład: wykład tradycyjny.
Ćwiczenia: rozwiązywanie zadań, dyskusja, praca w grupach.

4. METODY I KRYTERIA OCENY

4.1 Sposoby weryfikacji efektów kształcenia

Symbol efektu	Metody oceny efektów kształcenia (kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin ustny, egzamin pisemny)	Forma zajęć dydaktycznych (w, ćw, ...)
EK_ 01	egzamin pisemny	wykład
EK_ 02	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin pisemny	ĆWICZENIA, WYKŁAD
EK_ 03	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin pisemny	ćwiczenia, wykład
EK_ 04	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin pisemny	ćwiczenia, wykład
EK_ 05	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin pisemny	ćwiczenia, wykład
EK_ 06	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin pisemny	ćwiczenia, wykład
EK_ 07	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin pisemny	ćwiczenia, wykład
EK_ 08	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin pisemny	ćwiczenia, wykład
EK_ 09	kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin pisemny	ćwiczenia, wykład
EK_10	obserwacja w trakcie zajęć	ćwiczenia, wykład

4.2 Warunki zaliczenia przedmiotu (kryteria oceniania)

Zaliczenie ćwiczeń dokonuje się na podstawie kolokwiów i aktywności na zajęciach. Warunkiem uzyskania zaliczenia ćwiczeń jest zdobycie co najmniej 50% punktów z każdego kolokwium. Ocena końcowa z ćwiczeń jest wówczas ustalana według skali:

poniżej 50% pkt. – brak zaliczenia,
[50 – 60%) pkt. – dostateczny,
[60 – 70%) pkt. – plus dostateczny,
[70 – 80%) pkt. – dobry,
[80 – 90%) pkt. – plus dobry,
[90– 100%] pkt. – bardzo dobry.

Aktywność na ćwiczeniach może podnieść ocenę co najwyżej o pół stopnia.
Zaliczenie wykładu odbywa się na podstawie sprawdzianu na wykładzie.

Egzamin: Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest zaliczenie wykładu i ćwiczeń. Warunkiem zdania egzaminu jest uzyskanie z niego co najmniej 50% punktów. Ocena końcowa z egzaminu jest ustalana według skali:

poniżej 50% pkt. – niedostateczny,
[50 – 60%) pkt. – dostateczny,
[60 – 70%) pkt. – plus dostateczny,
[70 – 80%) pkt. – dobry,
[80 – 90%) pkt. – plus dobry,
[90 – 100%] pkt. – bardzo dobry.
Warunkiem zdania egzaminu poprawkowego jest uzyskanie z niego co najmniej 50% punktów. Ocena końcowa z egzaminu poprawkowego jest ustalana według tej samej skali.

5. CAŁKOWITY NAKŁAD PRACY STUDENTA POTRZEBNY DO OSIĄGNIĘCIA ZAŁOŻONYCH EFEKTÓW W GODZINACH ORAZ PUNKTACH ECTS

Forma aktywności	Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności
Godziny kontaktowe wynikające planu z studiów	60
Inne z udziałem nauczyciela (udział w konsultacjach, egzaminie)	15
Godziny niekontaktowe – praca własna studenta (przygotowanie do zajęć, egzaminu, napisanie referatu itp.)	75

SUMA GODZIN	150
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS	6

** Należy uwzględnić, że 1 pkt ECTS odpowiada 25-30 godzin całkowitego nakładu pracy studenta.*

6. PRAKTYKI ZAWODOWE W RAMACH PRZEDMIOTU/ MODUŁU

wymiar godzinowy	Nie dotyczy
zasady i formy odbywania praktyk	Nie dotyczy

7. LITERATURA

Literatura podstawowa:

1. B. Gleichgewicht, *Algebra*, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2004.
2. A. Białynicki-Birula, *Algebra*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2009.
3. J. Browkin, *Teoria ciał*, PWN, Warszawa 1978.
4. A. I. Kostrikin, *Wstęp do algebry*, t.1, t. 3, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2005.
5. Z. Opial, *Algebra wyższa*, PWN, Warszawa 1976.
6. J. Rutkowski, *Algebra abstrakcyjna w zadaniach*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2005.
7. W. Sierpiński, Wstęp do teorii liczb, WSiP, Warszawa 1987.

Literatura uzupełniająca:

1. J. Browkin, *Wybrane zagadnienia algebry*, PWN, Warszawa 1970.
2. W. J. Gilbert, W. K. Nicholson, *Algebra współczesna z zastosowaniami*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2008.
3. W. Sierpiński, Elementy arytmetyki teoretycznej, WSiP, Warszawa 1980.
4. W. Sierpiński, Arytmetyka teoretyczna, PWN, Warszawa 1966.

Akceptacja Kierownika Jednostki lub osoby upoważnionej