SYLABUS

DOTYCZY CYKLU KSZTAŁCENIA *2026 - 2029*

(skrajne daty)

Rok akademicki 2026/2027

1. PODSTAWOWE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

Nazwa przedmiotu	Matematyka dyskretna
Kod przedmiotu*	
Nazwa jednostki prowadzącej kierunek	Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych
Nazwa jednostki realizującej przedmiot	Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych Instytut Matematyki
Kierunek studiów	Matematyka
Poziom studiów	studia I stopnia
Profil	ogólnoakademicki
Forma studiów	stacjonarne
Rok i semestr/y studiów	rok I, semestr 2
Rodzaj przedmiotu	przedmiot kierunkowy
Język wykładowy	język polski
Koordynator	dr Edyta Trybucka
Imię i nazwisko osoby prowadzącej / osób prowadzących	dr Edyta Trybucka

***** *-opcjonalnie, zgodnie z ustaleniami w Jednostce*

1.1.Formy zajęć dydaktycznych, wymiar godzin i punktów ECTS

Semestr (nr)	Wykł.	Ćw.	Konw.	Lab.	Sem.	ZP	Prakt.	Inne (jakie?)	**Liczba pkt. ECTS**
3	30	30							6

1.2. Sposób realizacji zajęć

☒zajęcia w formie tradycyjnej

☐ zajęcia realizowane z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość

1.3 Forma zaliczenia przedmiotu (z toku) (egzamin, zaliczenie z oceną, zaliczenie bez oceny)

Wykład – egzamin,
Ćwiczenia – zaliczenie na ocenę

2.WYMAGANIA WSTĘPNE

Analiza matematyczna I, Algebra I, Podstawy logiki i teorii mnogości

3. CELE, EFEKTY UCZENIA SIĘ , TREŚCI PROGRAMOWE I STOSOWANE METODY DYDAKTYCZNE

3.1 Cele przedmiotu

C1	Poznanie własności sum i iloczynów skończonych oraz różnych sposobów sumowania sum skończonych.
C2	Zapoznanie z podstawowymi pojęciami dotyczącymi równań rekurencyjnych i metod ich rozwiązywania oraz metod dowodzenia przy pomocy indukcji matematycznej.
C3	Poznanie elementów teorii liczb, arytmetyki modularnej, wykonywanie obliczeń modulo. Zastosowania w rozkładzie na czynniki pierwsze oraz w szyfrowaniu.

3.2 Efekty uczenia się dla przedmiotu

EK (efekt uczenia się)	Treść efektu uczenia się zdefiniowanego dla przedmiotu	Odniesienie do efektów kierunkowych [1]
EK_01	Student zna i rozumie podstawowe pojęcia oraz metody służące do opisu problemów z zakresu matematyki dyskretnej, posiada wiedzę dotyczącą metod dowodowych stosowanych w matematyce dyskretnej. Student posiada wiedzę dotyczącą technik obliczeniowych stosowanych w matematyce dyskretnej., rozumie znaczenie dowodu w matematyce oraz istotność założeń w rozumowaniach matematycznych. Potrafi ilustrować znane pojęcia przykładami, a przy pomocy kontrprzykładu potrafi obalić fałszywe hipotezy i niepoprawne rozumowania. Student zna metody matematyki dyskretnej: indukcję matematyczną, teorię równań rekurencyjnych, techniki i własności zliczania zbiorów i funkcji, pojęcia i twierdzenia arytmetyki modularnej, stosuje podstawowe testy pierwszości i szyfry. Zna i rozumie dylematy współczesnej cywilizacji, przy których opisie i wyjaśnieniu pomocna jest matematyka dyskretna.	K_W01, K_W02 K_W03, K_W04, K_W08
EK_02	Student poprawnie w zrozumiały sposób formułuje definicje i twierdzenia, umie analizować problemy i znajdować ich rozwiązania w oparciu o poznaną wiedzę, formułować opinie na temat podstawowych zagadnień matematyki dyskretnej, rozumie znaczenie matematyki dyskretnej w matematyce. Potrafi posługiwać się terminologią matematyki dyskretnej przy definiowaniu pojęć, formułowaniu twierdzeń i opracowywaniu prostych modeli matematycznych. Dostrzega obecność problematyki matematyki dyskretnej w różnych zagadnieniach matematycznych i informatycznych. Rozumie relacje między teorią liczb a kryptografią.	K_U01, K_U02, K_U10
EK_03	Student jest gotów do uznania ograniczeń własnej wiedzy i własnych umiejętności, a w związku z tym rozumie	K_K01, K_K02, K_K03

	potrzebę ciągłego uczenia się poprzez samodzielne wyszukiwanie w literaturze i w Internecie informacji dotyczących omawianych na zajęciach zagadnień. Wyraża opinie na temat teoretycznych i praktycznych zagadnień z matematyki. Student rozumie potrzebę stosowania zdobytej wiedzy w praktyce, korzystając z opinii ekspertów, określa priorytety służące rozwiązaniu zadania. Student jest gotów do prezentowania krytycznej postawy wobec odbieranych treści, w szczególności niemających logicznego uzasadnienia.	

3.3 Treści programowe

A. Problematyka wykładu

Treści merytoryczne
Sumy i iloczyny skończone. Własności sum i iloczynów skończonych. Różne sposoby sumowania sum skończonych w tym sumowanie przez zaburzanie.
Indukcja i rekurencja. Silna i słaba zasada indukcji matematycznej, rekurencja, wieże Hanoi, równania rekurencyjne, iterowanie równań rekurencyjnych, drzewa rekursji, twierdzenie o rekurencji uniwersalnej. Funkcja generująca.
Elementy teorii liczb. Największy wspólny dzielnik, algorytm Euklidesa, rozszerzony algorytm Euklidesa, rozkład liczb na czynniki pierwsze, twierdzenie Dirichleta, twierdzenie Bertranda-Czebyszewa, twierdzenie Erdösa. Algorytm sita Eratostenesa.
Arytmetyka modularna. Kongruencje, odwrotność multiplikatywna, potęgowanie modularne, małe twierdzenie Fermata, funkcja Eulera i twierdzenie Eulera. Kongruencje liniowe, układy kongruencji równoległych, chińskie twierdzenie o resztach.
Kryptografia. Wprowadzenie do kryptografii. Szyfr Cezara oraz jego matematyczne podstawy, szyfrowanie liniowe . Szyfr wieloalfabetyczny Albertiego. Szyfry z kluczem prywatnym i z kluczem publicznym, algorytm RSA – konstrukcja oraz podstawy teoretyczne.

B. Problematyka ćwiczeń

Treści merytoryczne
Sumy i iloczyny skończone. Własności sum i iloczynów skończonych. Różne sposoby sumowania sum skończonych w tym sumowanie przez zaburzanie.
Indukcja i rekurencja. Silna i słaba zasada indukcji matematycznej, rekurencja, wieże Hanoi, równania rekurencyjne, iterowanie równań rekurencyjnych, drzewa rekursji, twierdzenie o rekurencji uniwersalnej. Funkcja generująca.
Elementy teorii liczb. Największy wspólny dzielnik, algorytm Euklidesa, rozszerzony algorytm Euklidesa, rozkład liczb na czynniki pierwsze, twierdzenie Dirichleta, twierdzenie Bertranda-Czebyszewa, twierdzenie Erdösa. Algorytm sita Eratostenesa.
Arytmetyka modularna. Kongruencje, odwrotność multiplikatywna, potęgowanie modularne, małe twierdzenie Fermata, funkcja Eulera i twierdzenie Eulera. Kongruencje liniowe, układy kongruencji równoległych, chińskie twierdzenie o resztach.

Kryptografia. Wprowadzenie do kryptografii. Szyfr Cezara oraz jego matematyczne podstawy, szyfrowanie liniowe . Szyfr wieloalfabetyczny Albertiego. Szyfry z kluczem prywatnym i z kluczem publicznym, algorytm RSA – konstrukcja oraz podstawy teoretyczne.

3.4 Metody dydaktyczne

Wykład: wykład tradycyjny z elementami prezentacji multimedialnej.

Ćwiczenia: analiza zadań problemowych z dyskusją, rozwiązywanie zadań.

4. METODY I KRYTERIA OCENY

4.1 Sposoby weryfikacji efektów uczenia się

Symbol efektu	Metody oceny efektów uczenia się (np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć)	Forma zajęć dydaktycznych (w, ćw, ...)
EK_01	Kolokwium, egzamin, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_02	Kolokwium, egzamin, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_03	Kolokwium, egzamin, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia

4.2 Warunki zaliczenia przedmiotu (kryteria oceniania)

Zaliczenie ćwiczeń na podstawie kolokwiów i aktywności na zajęciach.

Warunkiem uzyskania zaliczenia ćwiczeń jest zdobycie co najmniej 50% punktów z każdego kolokwium. Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali:

- poniżej 50% pkt. – brak zaliczenia,
- [50 – 60%] pkt. – dostateczny,
- [60 – 70%] pkt. – plus dostateczny,
- [70 – 80%] pkt. – dobry,
- [80 – 90%] pkt. – plus dobry,
- [90– 100%] pkt. – bardzo dobry.

Aktywność na ćwiczeniach może podnieść ocenę co najwyżej o pół stopnia.

Wykład: Egzamin: egzamin składa się z części teoretycznej i praktycznej. Warunkiem dopuszczenia do egzaminu jest zaliczenie ćwiczeń. Warunkiem zdania egzaminu jest uzyskanie z niego co najmniej 50% punktów. Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali:

- poniżej 50% pkt. – niedostateczny,
- [50 – 60%] pkt. – dostateczny,
- [60 – 70%] pkt. – plus dostateczny,
- [70 – 80%] pkt. – dobry,
- [80 – 90%] pkt. – plus dobry,
- [90 – 100%] pkt. – bardzo dobry

W przypadkach wątpliwych decyduje rozmowa ze studentem.

5. CAŁKOWITY NAKŁAD PRACY STUDENTA POTRZEBNY DO OSIĄGNIĘCIA ZAŁOŻONYCH EFEKTÓW W GODZINACH ORAZ PUNKTACH ECTS

Forma aktywności	Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności
Godziny z harmonogramu studiów	30+30=60
Inne z udziałem nauczyciela akademickiego (udział w konsultacjach, egzaminie)	20
Godziny niekontaktowe – praca własna studenta (przygotowanie do zajęć, egzaminu, napisanie referatu itp.)	70
SUMA GODZIN	150
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS	6

** Należy uwzględnić, że 1 pkt ECTS odpowiada 25-30 godzin całkowitego nakładu pracy studenta.*

6. PRAKTYKI ZAWODOWE W RAMACH PRZEDMIOTU

wymiar godzinowy	Nie dotyczy
zasady i formy odbywania praktyk	Nie dotyczy

7. LITERATURA

Literatura podstawowa:

1. S. Kanas, Matematyka dyskretna, Wydawnictwo UR, 2020.
2. P. Pusz, Elementy matematyki dyskretnej, Wydawnictwo UR, 2018.
3. R.L.Graham, D.E.Knuth, O.Patashnik, Matematyka Konkretna, PWN Warszawa 1998.
4. K.A.Ross, Ch.R.B.Wright, Matematyka Dyskretna, PWN Warszawa 1996.

Literatura uzupełniająca:

5. J. Grygiel, Wprowadzenie do matematyki dyskretnej, Akademicka Oficyna wydawnicza EXIT, Warszawa 2007.
6. M. Zakrzewski, Markowe wykłady z Matematyki – Teoria liczb, Oficyna Wydawnicza GIS, Wrocław 2017.
7. C. Stein, .R. L. Drysdale, K. Bogart, Discrete mathematics for computer scientists, Addison-Wesley is an imprint of Pearson, 2011.

Akceptacja Kierownika Jednostki lub osoby upoważnionej