**SYLABUS**

**DOTYCZY CYKLU KSZTAŁCENIA *2026-2029***

*(skrajne daty)*

*Rok akademicki 2026/2027*

**1. PODSTAWOWE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE**

| | |
|---|---|
| Nazwa przedmiotu | Analiza matematyczna 2 |
| Kod przedmiotu* | |
| Nazwa jednostki prowadzącej kierunek | Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych |
| Nazwa jednostki realizującej przedmiot | Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych<br>Instytut Matematyki |
| Kierunek studiów | Matematyka |
| Poziom studiów | studia I stopnia |
| Profil | ogólnoakademicki |
| Forma studiów | stacjonarne |
| Rok i semestr/y studiów | rok I, semestr 2 |
| Rodzaj przedmiotu | kierunkowy |
| Język wykładowy | polski |
| Koordynator | prof. dr hab. Wiesław Śliwa |
| Imię i nazwisko osoby prowadzącej / osób prowadzących | prof. dr hab. Wiesław Śliwa; dr Jacek Kucab; |

***** *-opcjonalnie, zgodnie z ustaleniami w Jednostce*

**1.1.Formy zajęć dydaktycznych, wymiar godzin i punktów ECTS**

| Semestr (nr) | Wykł. | Ćw. | Konw. | Lab. | Sem. | ZP | Prakt. | Inne (jakie?) | **Liczba pkt. ECTS** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 60 | 60 | | | | | | | 12 |

**1.2. Sposób realizacji zajęć**

☒ zajęcia w formie tradycyjnej

☐ zajęcia realizowane z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość

**1.3 Forma zaliczenia przedmiotu (z toku)** (egzamin, zaliczenie z oceną, zaliczenie bez oceny)

Wykład-egzamin,

Ćwiczenia - zaliczenie na ocenę

**2.WYMAGANIA WSTĘPNE**

| |
|---|
| Znajomość analizy matematycznej 1 |

## 3. CELE, EFEKTY UCZENIA SIĘ , TREŚCI PROGRAMOWE I STOSOWANE METODY DYDAKTYCZNE

### 3.1 Cele przedmiotu

| | |
|---|---|
| C1 | Zapoznanie studentów z całkami: z całką nieoznaczoną (funkcją pierwotną) i metodami jej obliczania, z całką Riemanna funkcji rzeczywistej jednej zmiennej i z jej zastosowaniami w geometrii i w fizyce oraz z całką niewłaściwą. |
| C2 | Zapoznanie studentów z definicjami, przykładami i twierdzeniami dotyczącymi szeregów liczbowych, z kryteriami zbieżności i z metodami badania zbieżności szeregów liczbowych. |
| C3 | Zapoznanie studentów z ciągami i szeregami funkcyjnymi (w tym z szeregami potęgowymi i szeregami Fouriera) oraz z kryteriami zbieżności (punktowej i jednostajnej) szeregów funkcyjnych. |

### 3.2 Efekty uczenia się dla przedmiotu

| **EK** (efekt uczenia się) | Treść efektu uczenia się zdefiniowanego dla przedmiotu | Odniesienie do efektów kierunkowych |
|---|---|---|
| EK_01 | Student zna i rozumie podstawowe metody obliczania całek nieoznaczonych. | K_W01; K_W03 |
| EK_02 | Student potrafi obliczać całki nieoznaczone z funkcji elementarnych. | K_U02; K_U06 |
| EK_03 | Student zna i rozumie podstawowe pojęcia i twierdzenia dotyczące całki oznaczonej Riemanna.<br><br>Student zna i rozumie związek miedzy całką Riemanna, a całką nieoznaczoną.<br><br>Student zna i rozumie definicje całek niewłaściwych i ich podstawowe własności. Zna i rozumie kryteria zbieżności całek niewłaściwych oraz najważniejsze przykłady całek niewłaściwych. | K_W01; K_W02; K_W03; K_W04 |
| EK_04 | Student potrafi stosować całkę oznaczoną Riemanna do rozwiazywania problemów geometrycznych i fizycznych.<br><br>Potrafi stosować kryteria zbieżności całek niewłaściwych. | K_U01; K_U02; K_U06 |
| EK_05 | Student zna i rozumie podstawowe pojęcia dotyczące szeregów liczbowych oraz kryteria zbieżności szeregów. | K_W01; K_W02; K_W03; K_W04 |
| EK_06 | Student potrafi stosować kryteria zbieżności szeregów do badania zbieżności szeregów. | K_U01; K_U02 |
| EK_07 | Student zna pojęcia zbieżności punktowej i jednostajnej ciągów i szeregów funkcyjnych.<br><br>Zna i rozumie podstawowe twierdzenia dotyczące ciągów i szeregów funkcyjnych. | K_W01; K_W02; K_W03; K_W04 |

| | | |
|---|---|---|
| | Zna kryteria zbieżności szeregów funkcyjnych.<br><br>Zna i rozumie podstawowe pojęcia i twierdzenia dotyczące szeregów potęgowych.<br>Zna i rozumie definicję szeregu Fouriera oraz twierdzenie o zbieżności punktowej szeregu Fouriera. | |
| EK_08 | Student potrafi stosować kryteria zbieżności szeregów funkcyjnych do badania zbieżności szeregów funkcyjnych.<br><br>Potrafi rozwijać funkcje w szereg potęgowy oraz w szereg Fouriera. | K_U01; K_U02 |
| EK_09 | Student jest w stanie krytycznie oceniać odbieraną wiedzę dotyczącą podstawowych zagadnień rachunku różniczkowego oraz jest gotów do jej zastosowania w różnych dziedzinach życia i wiedzy. | K_K01; K_K02; K_K03 |
| EK_10 | Student zdaje sobie sprawę z ograniczoności własnej wiedzy; rozumie potrzebę dalszego kształcenia się. Samodzielnie wyszukuje w literaturze i w Internecie informacje dotyczące rachunku całkowego oraz zasięga opinii ekspertów. | K_K01; K_K02; K_K03 |

**3.3 Treści programowe**

A. Problematyka wykładu

| Treści merytoryczne |
|---|
| **Całka nieoznaczona** (14 godzin)<br>Funkcja pierwotna, całka nieoznaczona – definicja, własności.<br>Całkowanie przez części i przez podstawienie.<br>Całkowanie funkcji wymiernych, niewymiernych, trygonometrycznych. |
| **Całka oznaczona** (12 godzin)<br>Całka oznaczona (całka Riemanna). Własności i interpretacja geometryczna całki oznaczonej. Metody obliczania. Zastosowania rachunku całkowego do geometrii i mechaniki. |
| **Całki niewłaściwe** (6 godzin)<br>Całki niewłaściwe o granicach nieskończonych. Kryteria zbieżności.<br>Całki niewłaściwe z funkcji nieograniczonych. |
| **Szeregi liczbowe** (12 godzin)<br>Zbieżność i rozbieżność szeregów. Kryteria zbieżności szeregów o wyrazach nieujemnych.<br>Zbieżność bezwzględna i warunkowa szeregów. Kryteria Abela, Dirichleta i Leibniza.<br>Działania na szeregach zbieżnych. |
| **Ciągi i szeregi funkcyjne** (16 godzin)<br>Zbieżność punktowa i jednostajna ciągów i szeregów funkcyjnych. Własności granicy ciągu (szeregu) funkcyjnego zbieżnego jednostajnie (różniczkowanie i całkowanie ciągów i szeregów funkcyjnych).<br>Szeregi potęgowe.<br>Promień zbieżności szeregów potęgowych. Rozwinięcie funkcji w szeregi Taylora i Maclaurina.<br>Szeregi Fouriera<br>Rozwijanie funkcji okresowych w szereg Fouriera. Przykłady i zastosowania. |

B. Problematyka ćwiczeń

| Treści merytoryczne |
|---|
| **Całki nieoznaczone** (14 godzin)<br>Funkcja pierwotna i całka nieoznaczona , podstawowe wzory; całkowanie przez części i przez podstawienie; metody całkowania funkcji wymiernych, niewymiernych, trygonometrycznych. |
| **Całki oznaczone** (10 godzin)<br>Metody obliczania całek oznaczonych; zastosowania całek oznaczonych w geometrii i w fizyce. |
| **Całki niewłaściwe** (6 godzin)<br>Całki niewłaściwe o granicach nieskończonych – definicje zbieżności i rozbieżności; całki niewłaściwe z funkcji nieograniczonych – definicje; kryteria zbieżności całek niewłaściwych. |
| **Szeregi liczbowe** (12 godzin)<br>Definicja zbieżnego i rozbieżnego szeregu liczbowego; warunek konieczny zbieżności i warunek Cauchy'ego; kryteria zbieżności szeregów o wyrazach nieujemnych; zbieżność bezwzględna i warunkowa szeregów o dowolnych wyrazach; działania na szeregach zbieżnych; zastosowania. |
| **Ciągi i szeregi funkcyjne** (14 godzin)<br>Obszar zbieżności punktowej; zbieżność jednostajna; kryteria zbieżności jednostajnej ciągów i szeregów funkcyjnych; własności granic ciągów funkcyjnych i sum szeregów funkcyjnych zbieżnych jednostajnie.<br>Szeregi potęgowe i ich zbieżność. Rozwinięcia funkcji w szeregi potęgowe.<br>Szeregi Fouriera: szeregi Fouriera dla funkcji okresowych; szeregi Fouriera względem funkcji sinus i cosinus dla funkcji okresowych. |

### 3.4 Metody dydaktyczne

Wykład – metodą tradycyjną;
Ćwiczenia – metodą tradycyjną.

## 4. METODY I KRYTERIA OCENY

### 4.1 Sposoby weryfikacji efektów uczenia się

| Symbol efektu | Metody oceny efektów uczenia się (np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć) | Forma zajęć dydaktycznych (w, ćw, ...) |
|---|---|---|
| EK_01 – EK_10 | Obserwacja i dialog ze studentami w trakcie zajęć, Aktywność studentów na zajęciach, Wypowiedzi ustne studentów, Kolokwia, Egzamin | wykład, ćwiczenia |

### 4.2 Warunki zaliczenia przedmiotu (kryteria oceniania)

| |
|---|
| Ćwiczenia: zaliczenie na podstawie kolokwiów i aktywności na zajęciach.<br><br>Warunkiem uzyskania zaliczenia ćwiczeń jest zdobycie co najmniej 50 % punktów z każdego kolokwium. Aktywność na ćwiczeniach może podnieść ocenę co najwyżej o pół stopnia. |

Ocena końcowa jest ustalana według skali:

00- 49 % pkt. – brak zaliczenia (2.0);

50 – 59 % pkt. – dostateczny (3.0); 60 – 69 % pkt. – plus dostateczny (3.5);

70 – 79 % pkt. – dobry (4.0); 80 – 89 % pkt. – plus dobry (4.5);

90– 100 % pkt. – bardzo dobry (5.5).

Wykład: egzamin pisemny.

Kryteria oceny: (udział procentowy w opanowaniu wiedzy – ocena)

00-49 % pkt. – niedostateczny (2.0);

50 – 59 % pkt. - dostateczny (3.0); 60 – 69 % pkt. - plus dostateczny (3.5);

70 – 79% pkt.- dobry (4.0); 80 – 89% pkt. - plus dobry (4.5);

90 – 100% pkt. - bardzo dobry (5.0).

Ostateczna ocena z egzaminu jest ustalana na podstawie egzaminu pisemnego oraz rozmowy ze studentem.

## 5. CAŁKOWITY NAKŁAD PRACY STUDENTA POTRZEBNY DO OSIĄGNIĘCIA ZAŁOŻONYCH EFEKTÓW W GODZINACH ORAZ PUNKTACH ECTS

| Forma aktywności | Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności |
|---|---|
| Godziny z harmonogramu studiów | 120 (60 w + 60 ćw) |
| Inne z udziałem nauczyciela akademickiego (udział w konsultacjach, egzaminie) | 12 (konsultacje 8; egzamin 4) |
| Godziny niekontaktowe – praca własna studenta (przygotowanie do zajęć, egzaminu, napisanie referatu itp.) | 168 (przygotowanie do zajęć 120; przygotowanie do egzaminu 48) |
| SUMA GODZIN | 300 |
| **SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS** | 12 |

** Należy uwzględnić, że 1 pkt ECTS odpowiada 25-30 godzin całkowitego nakładu pracy studenta.*

## 6. PRAKTYKI ZAWODOWE W RAMACH PRZEDMIOTU

| | |
|---|---|
| wymiar godzinowy | Nie dotyczy |
| zasady i formy odbywania praktyk | Nie dotyczy |

## 7. LITERATURA

Literatura podstawowa:

1. J. Banaś, S. Wędrychowicz, Zbiór zadań z analizy matematycznej, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2015.

2. G. M. Fichtenholz, Rachunek różniczkowy i całkowy, Tom 2, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2016.

3. W. Kołodziej, Analiza matematyczna, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2012.

4. K. Kuratowski, Rachunek różniczkowy i całkowy, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2016.

5. F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowy, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2016.

6. H. i J. Musielakowie, Analiza matematyczna, Tom 1, Cz.1 i 2, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań, 2011 (Cz. 1), 2002 (Cz. 2).

7. W. Rudin, Podstawy analizy matematycznej, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2016.

8. A. Sołtysiak, Analiza matematyczna, Cz. 1 i 2, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań, 2009 (Cz.1), 2004 (Cz.2).

Literatura uzupełniająca:

1. R. Rudnicki, Wykłady z analizy matematycznej, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2015.

2. M.T. Nowak, J.W. Kaczor, Zadania z analizy matematycznej, Cz. 1, 2 i 3, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2015.

3. M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 1 i 2. Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław, 2012.

4. W. Krysicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, Cz. 1 i 2, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2015.

Akceptacja Kierownika Jednostki lub osoby upoważnionej