SYLABUS

DOTYCZY CYKLU KSZTAŁCENIA *2026- 2029*

(*skrajne daty*)

Rok akademicki 2026/2027

1. PODSTAWOWE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

Nazwa przedmiotu	Algebra liniowa z geometrią 2
Kod przedmiotu*	
nazwa jednostki prowadzącej kierunek	Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych
Nazwa jednostki realizującej przedmiot	Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych Instytut Matematyki
Kierunek studiów	Matematyka
Poziom studiów	studia I stopnia
Profil	ogólnoakademicki
Forma studiów	stacjonarne
Rok i semestr/y studiów	rok I, semestr 2
Rodzaj przedmiotu	kierunkowy
Język wykładowy	język polski
Koordynator	dr hab. Janusz Sokół, prof. UR
Imię i nazwisko osoby prowadzącej / osób prowadzących	dr hab. Janusz Sokół, prof. UR, dr Małgorzata Chudziak

***** *-opcjonalnie, zgodnie z ustaleniami w Jednostce*

1.1.Formy zajęć dydaktycznych, wymiar godzin i punktów ECTS

Semestr (nr)	Wykł.	Ćw.	Konw.	Lab.	Sem.	ZP	Prakt.	Inne (jakie?)	**Liczba pkt. ECTS**
2	30	30							6

1.2. Sposób realizacji zajęć

☒ zajęcia w formie tradycyjnej

☐ zajęcia realizowane z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość

1.3 Forma zaliczenia przedmiotu (z toku) (egzamin, zaliczenie z oceną, zaliczenie bez oceny)

Wykład – egzamin,

Ćwiczenia – zaliczenie na ocenę

2.WYMAGANIA WSTĘPNE

Zaliczenie przedmiotu algebra liniowa 1 lub potwierdzenie uzyskania efektów uczenia się przypisanych do przedmiotu algebra liniowa 1, realizowanego, w ramach kierunku matematyka, studia I stopnia, w UR.

3. CELE, EFEKTY UCZENIA SIĘ , TREŚCI PROGRAMOWE I STOSOWANE METODY DYDAKTYCZNE

3.1 Cele przedmiotu

C1	Zapoznanie z podstawowymi pojęciami algebry liniowej.
C2	Zapoznanie z podstawowymi pojęciami geometrii analitycznej.
C3	Zapoznanie z podstawowymi metodami dowodowymi stosowanymi w algebrze liniowej i geometrii analitycznej.
C4	Zapoznanie z podstawowymi technikami obliczeniowymi stosowanymi w algebrze liniowej i geometrii analitycznej.

3.2 Efekty uczenia się dla przedmiotu

EK (efekt uczenia się)	Treść efektu uczenia się zdefiniowanego dla przedmiotu	Odniesienie do efektów kierunkowych
EK_01	student definiuje klasyczne pojęcia i formułuje podstawowe twierdzenia z zakresu algebry liniowej i geometrii analitycznej;	K_W01, K_W02, K_W03, K_W04
EK_02	student posiada wiedzę dotyczącą metod dowodowych stosowanych w algebrze liniowej i geometrii analitycznej;	K_W02, K_W04
EK_03	student posiada wiedzę dotyczącą metod służących rozwiązywaniu problemów w algebrze liniowej i geometrii analitycznej;	K_W03
EK_04	student dowodzi podstawowe twierdzenia z zakresu algebry liniowej i geometrii analitycznej;	K_U01
EK_05	student znajduje macierze przekształceń liniowych w różnych bazach;	K_U01, K_U02, K_U07
EK_06	student oblicza wartości własne i wektory własne macierzy, potrafi wyjaśnić geometryczny sens tych pojęć;	K_U01, K_U02, K_U07
EK_07	student potrafi napisać różne równania prostych i płaszczyzn oraz badać ich wzajemne położenie;	K_U01, K_U02, K_U08
EK_08	student stosuje własności krzywych stożkowych w rozwiązywaniu zadań w rozwiązywaniu zadań	K_U01, K_U02, K_U08
EK_09	student potrafi napisać równania powierzchni obrotowych;	K_U01, K_U02, K_U08
EK_10	student jest gotów do krytycznej oceny przyswojonych treści z zakresu algebry liniowej i geometrii analitycznej oraz do uznania konieczności doskonalenia własnych kompetencji w tym zakresie;	K_K01
EK_11	student jest gotów do prezentowania krytycznej postawy do odbieranych treści w zakresie algebry liniowej i geometrii analitycznej pod kątem ich logicznego uzasadnienia;	K_K02

EK_12	student jest gotów do zadawania pytań służących rozumieniu badanego problemu w zakresie algebry liniowej i geometrii analitycznej w rozwiązywaniu teoretycznych i praktycznych zagadnień z matematyki.	K_K03

3.3 Treści programowe

A. Problematyka wykładu

Treści merytoryczne
Odwzorowania liniowe: definicja odwzorowania liniowego, jądro i obraz odwzorowania liniowego, rząd odwzorowania liniowego, monomorfizm, epimorfizm, izomorfizm. Reprezentacja macierzowa odwzorowania liniowego. Mnożenie macierzy a składanie odwzorowań liniowych. Macierz przejścia, macierz odwzorowania liniowego po zmianie bazy.
Endomorfizmy: wartość własna i wektor własny endomorfizmu, wielomian charakterystyczny.
Formy kwadratowe: odwzorowanie dwuliniowe, macierz i rząd odwzorowania dwuliniowego, diagonalizacja formy kwadratowej.
Euklidesowe przestrzenie wektorowe: iloczyn skalarny, norma wyznaczona przez iloczyn skalarny, nierówność Schwarza, baza ortonormalna, macierz ortogonalna.
Wektory: działania na wektorach w R_3: dodawanie, odejmowanie, mnożenie przez skalar, iloczyn skalarny, iloczyn wektorowy.
Geometria analityczna w R^2: Prosta na płaszczyźnie. Definicje i równania krzywych stożkowych.
Geometria analityczna w R^3: Prosta i płaszczyzna w przestrzeni.

B. Problematyka ćwiczeń

Treści merytoryczne
Odwzorowania liniowe: sprawdzanie liniowości odwzorowania, wyznaczania jądra i obrazu odwzorowania liniowego.
Macierz odwzorowanie liniowego: wyznaczanie macierzy odwzorowania w różnych bazach, wyznaczania i wykorzystywanie reprezentacji macierzowej odwzorowanie liniowego.
Działania na odwzorowaniach liniowych: dodawanie, mnożenie przez skalar, składanie; związek z macierzami odwzorowań.
Macierz odwzorowania po zmianie bazy, macierz przejścia.
Endomorfizmy: wartość własna i wektor własny endomorfizmu, wielomian charakterystyczny.
Formy kwadratowe: sprawdzanie dwuliniowości odwzorowania, wyznaczanie macierzy i rzędu odwzorowania dwuliniowego, przedstawianie formy kwadratowej w postaci diagonalnej.
Euklidesowe przestrzenie wektorowe: badanie i wykorzystywanie własności iloczynu skalarnego, obliczanie normy wyznaczonej przez iloczyn skalarny, zastosowanie nierówności Schwarza, sprawdzanie ortogonalności macierzy.
Wektory: dodawanie, odejmowanie, mnożenie przez skalar, iloczyn skalarny, iloczyn wektorowy w R^3; zastosowanie działań na wektorach do rozwiązywania zadań.
Geometria analityczna w R^2: Prosta na płaszczyźnie, różne rodzaje równań prostych, wzajemne położenie prostych.
Geometria analityczna w R^3: Prosta i płaszczyzna w przestrzeni, różne rodzaje równań, badanie wzajemnego położenia dwóch prostych, prostej i płaszczyzny, dwóch płaszczyzn. Symetria osiowa i płaszczyznowa.

3.4 Metody dydaktyczne

wykład: wykład tradycyjny z elementami prezentacji multimedialnej
ćwiczenia: analiza zadań problemowych z dyskusją, rozwiązywanie zadań

4. METODY I KRYTERIA OCENY

4.1 Sposoby weryfikacji efektów uczenia się

Symbol efektu	Metody oceny efektów uczenia się (np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć)	Forma zajęć dydaktycznych (w, ćw, ...)
EK_01	sprawdzian, egzamin, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_02	egzamin, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_03	sprawdzian, egzamin, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_04	egzamin, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_05	kolokwium, egzamin, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_06	kolokwium, egzamin, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_07	kolokwium, egzamin, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_08	kolokwium, egzamin, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_09	kolokwium, egzamin, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_10	obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_11	obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_12	obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia

4.2 Warunki zaliczenia przedmiotu (kryteria oceniania)

Zaliczenie ćwiczeń dokonuje się na podstawie kolokwiów i aktywności na zajęciach. Warunkiem uzyskania zaliczenia ćwiczeń jest zdobycie co najmniej 50% punktów z każdego kolokwium. Ocena końcowa z ćwiczeń jest wówczas ustalana według skali:

poniżej 50% pkt. – brak zaliczenia,
[50 – 60%) pkt. – dostateczny,
[60 – 70%) pkt. – plus dostateczny,
[70 – 80%) pkt. – dobry,
[80 – 90%) pkt. – plus dobry,
[90– 100%] pkt. – bardzo dobry.

Aktywność na ćwiczeniach może podnieść ocenę co najwyżej o pół stopnia.
Zaliczenie wykładu odbywa się na podstawie sprawdzianu na wykładzie.

Egzamin: Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest zaliczenie wykładu i ćwiczeń. Warunkiem zdania egzaminu jest uzyskanie z niego co najmniej 50% punktów. Ocena końcowa z egzaminu jest ustalana według skali:

poniżej 50% pkt. – niedostateczny,
[50 – 60%) pkt. – dostateczny,

[60 – 70%) pkt. – plus dostateczny,
[70 – 80%) pkt. – dobry,
[80 – 90%) pkt. – plus dobry,
[90 – 100%] pkt. – bardzo dobry.
Warunkiem zdania egzaminu poprawkowego jest uzyskanie z niego co najmniej 50% punktów.
Ocena końcowa z egzaminu poprawkowego jest ustalana według tej samej skali.

5. CAŁKOWITY NAKŁAD PRACY STUDENTA POTRZEBNY DO OSIĄGNIĘCIA ZAŁOŻONYCH EFEKTÓW W GODZINACH ORAZ PUNKTACH ECTS

Forma aktywności	Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności
Godziny z harmonogramu studiów	60
Inne z udziałem nauczyciela akademickiego (udział w konsultacjach, egzaminie)	10
Godziny niekontaktowe – praca własna studenta (przygotowanie do zajęć, egzaminu, napisanie referatu itp.)	80
SUMA GODZIN	150
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS	6

** Należy uwzględnić, że 1 pkt ECTS odpowiada 25-30 godzin całkowitego nakładu pracy studenta.*

6. PRAKTYKI ZAWODOWE W RAMACH PRZEDMIOTU

wymiar godzinowy	nie dotyczy
zasady i formy odbywania praktyk	nie dotyczy

7. LITERATURA

Literatura podstawowa:

1. A. Białynicki-Birula, *Algebra liniowa z geometrią*, Wydawnictwo naukowe PWN, Warszawa 2009.
2. Gancarzewicz, *Algebra liniowa z elementami geometrii*, Wydawnictwo Naukowe UJ, Kraków, 2001.
3. Gleichgewicht, *Algebra*, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2002.
4. B. Gdowski, E. Pluciński, *Zbiór zadań z rachunku wektorowego i geometrii analitycznej,* Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2006.
5. Łomnicki, M. Magdoń, M. Żurek-Etgens, *Podstawy algebry liniowej w zadaniach*, WN WSP, Kraków 1998.

6. M. Moszyńska, *Geometria z algebrą liniową*, PWN, Warszawa 1989.
7. S. Przybyło, A. Szlachtowski, *Algebra i geometria afiniczna w zadaniach*, WNT, Warszawa 1983.

Literatura uzupełniająca:

1. T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, *Algebra liniowa 1 i 2*, Oficyna Wydawnicza GiS, 2000.
2. I. Kostrykin, *Wstęp do algebry*, PWN, Warszawa 1984.
3. A. Mostowski, M. Stark, *Elementy algebry wyższej*, PWN, Warszawa 1975.
4. Z. Opial, *Algebra*, PWN, Warszawa 1975.
5. B. Pochwalska, R. Pochwalski, Matematyka. *Elementy algebry liniowej,* Wyd. Uczelniane Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice 1997.

Akceptacja Kierownika Jednostki lub osoby upoważnionej