# SYLABUS

**DOTYCZY CYKLU KSZTAŁCENIA** *2026-2029*
*(skrajne daty)*
Rok akademicki 2027/2028

## 1. PODSTAWOWE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE/MODULE

| | |
|---|---|
| Nazwa przedmiotu | *Wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa* |
| Kod przedmiotu* | |
| Nazwa jednostki prowadzącej kierunek | Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych |
| Nazwa jednostki realizującej przedmiot | Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych<br>*Instytut Matematyki* |
| Kierunek studiów | *Matematyka* |
| Poziom kształcenia | *studia I stopnia* |
| Profil | *Ogólnoakademicki* |
| Forma studiów | *Stacjonarne* |
| Rok i semestr studiów | *rok II, semestr III* |
| Rodzaj przedmiotu | *kierunkowy* |
| Język wykładowy | *język polski* |
| Koordynator | *dr hab. Rostyslav Hryniv, prof. UR* |
| Imię i nazwisko osoby prowadzącej / osób prowadzących | *dr hab. Rostyslav Hryniv, prof. UR,*<br>*dr Jacek Kucab* |

***** - *zgodnie z ustaleniami w Jednostce*

### 1.1.Formy zajęć dydaktycznych, wymiar godzin i punktów ECTS

| Semestr (nr) | Wykł. | Ćw. | Konw. | Lab. | Sem. | ZP | Prakt. | Inne (jakie?) | **Liczba pkt ECTS** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 30 | 30 | | | | | | | 6 |

### 1.2. Sposób realizacji zajęć

☒ zajęcia w formie tradycyjnej
☒ zajęcia realizowane z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość

### 1.3 Forma zaliczenia przedmiotu /modułu (z toku) (egzamin, zaliczenie z oceną, zaliczenie bez oceny)

Wykład-egzamin, Ćwiczenia - zaliczenie na ocenę

## 2.WYMAGANIA WSTĘPNE

| |
|---|
| Przygotowanie z zakresu matematyki szkolnej, analiza matematyczna I |

## 3. CELE, EFEKTY UCZENIA SIĘ , TREŚCI PROGRAMOWE I STOSOWANE METODY DYDAKTYCZNE

### 3.1 Cele przedmiotu/modułu

| | |
|---|---|
| C1 | Zapoznanie studentów z podstawowymi metodami rachunku prawdopodobieństwa |
| C2 | Ćwiczenie dostrzegania w otaczającej rzeczywistości zjawisk i procesów o charakterze losowym i opisywanie ich w terminach rachunku prawdopodobieństwa |
| C3 | Rozwijanie umiejętności rachunkowych i interpretacyjnych |

### 3.2 Efekty uczenia się dla przedmiotu

| Symbol efektu | Metody oceny efektów uczenia się (np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć) | Forma zajęć dydaktycznych (w, ćw, ...) |
|---|---|---|
| EK_01 | student zna i rozumie różne definicje prawdopodobieństwa | K_W01,K_W03 |
| EK_02 | student zna i rozumie dyskretne i ciągłe rozkłady prawdopodobieństwa | K_W01,K_W03 |
| EK_03 | student zna i rozumie prawa wielkich liczb i centralne twierdzenie graniczne. | K_W02,K_W04 |
| EK_04 | student potrafi zastosować schematy kombinatoryczne w zadaniach. | K_U01,K_U02,K_U12 |
| EK_05 | student potrafi rozwiązać zadania z klasycznego prawdopodobieństwa. | K_U01,K_U02,K_U12 |
| EK_06 | student potrafi wyznaczyć momenty rozkładów dyskretnych i ciągłych jednowymiarowych i dwuwymiarowych. | K_U01,K_U02,K_U12 |
| EK_07 | student jest gotów do uznania ograniczenia własnej wiedzy, rozumie potrzebę dalszego kształcenia oraz potrzebę stosowania zdobytej wiedzy w praktyce, korzystając z opinii ekspertów, określa priorytety służące rozwiązaniu zadania | K_K01,K_K02,K_K03 |

**3.3 Treści programowe (wypełnia koordynator)**

A. Problematyka wykładu

| Treści merytoryczne |
|---|
| 1. Wprowadzenie: doświadczenie losowe, zdarzenia elementarne i losowe. Prawdopodobieństwo w ujęciu klasycznym i geometrycznym.<br>2. Elementy kombinatoryki: permutacje, wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń, kombinacje; schematy losowania ze zwracaniem i bez zwracania.<br>3. Aksjomaty Kołmogorowa, przestrzeń probabilistyczna (definicja). Zdarzenia a zbiory: działania na zdarzeniach, prawa de Morgana.<br>4. Własności prawdopodobieństwa, wzór włączeń i wyłączeń. Modele z nieskończoną liczbą wyników (np. gra do pierwszego sukcesu).<br>5. Prawdopodobieństwo warunkowe, wzór łańcuchowy (reguła mnożenia), wzór na prawdopodobieństwo całkowite, wzór Bayesa.<br>6. Niezależność zdarzeń (parami i łączna); przykłady zastosowań warunkowania.<br>7. Zmienna losowa i jej rozkład; dystrybuanta i jej własności. Zmienne losowe dyskretne, funkcja prawdopodobieństwa.<br>8. Schemat Bernoulliego. Wybrane rozkłady dyskretne: dwumianowy, geometryczny, hipergeometryczny, Poissona; twierdzenie Poissona.<br>9. Zmienne losowe ciągłe, gęstość. Rozkłady jednostajny, wykładniczy (własność braku pamięci) i normalny.<br>10. Rozkład funkcji zmiennej losowej. Wartość oczekiwana zmiennej losowej dyskretnej i ciągłej oraz jej własności.<br>11. Wariancja i odchylenie standardowe, momenty zwykłe i centralne, kwantyle; momenty poznanych rozkładów. Nierówności Markowa i Czebyszewa.<br>12. Wektory losowe dwuwymiarowe: rozkład łączny, dystrybuanta, rozkłady brzegowe i warunkowe; niezależność zmiennych losowych.<br>13. Kowariancja i współczynnik korelacji, wariancja sumy zmiennych losowych. Prawo wielkich liczb (Bernoulliego, Czebyszewa).<br>14. Centralne twierdzenie graniczne (Lindeberga–Lévy'ego), integralne twierdzenie de Moivre'a–Laplace'a; przybliżanie rozkładów.<br>15. Rozkłady związane z rozkładem normalnym (chi-kwadrat, t-Studenta); zastosowania rachunku prawdopodobieństwa i wprowadzenie do wnioskowania statystycznego. |

B. Problematyka ćwiczeń audytoryjnych, konwersatoryjnych, laboratoryjnych, zajęć praktycznych

| Treści merytoryczne |
|---|
| 1. Opis przestrzeni zdarzeń elementarnych; obliczanie prawdopodobieństw klasycznych i geometrycznych w prostych modelach.<br>2. Rozwiązywanie zadań kombinatorycznych i obliczanie prawdopodobieństw klasycznych z wykorzystaniem schematów losowania.<br>3. Działania na zdarzeniach, zapis zdarzeń w języku teorii zbiorów, stosowanie praw de Morgana. |

4. Stosowanie własności prawdopodobieństwa i wzoru włączeń i wyłączeń; obliczanie prawdopodobieństw w modelach z nieskończoną liczbą wyników (z wykorzystaniem szeregów).
5. Stosowanie wzoru na prawdopodobieństwo warunkowe, reguły mnożenia, wzoru na prawdopodobieństwo całkowite i wzoru Bayesa.
6. Badanie niezależności zdarzeń; rozwiązywanie zadań metodą warunkowania.
7. Kolokwium 1 (tematy 1–6).
8. Zadania ze schematem Bernoulliego. Wyznaczanie funkcji prawdopodobieństwa i dystrybuanty zmiennych losowych dyskretnych; zadania z rozkładami dwumianowym, geometrycznym, hipergeometrycznym i Poissona.
9. Przybliżanie rozkładu dwumianowego rozkładem Poissona. Wyznaczanie gęstości i dystrybuanty zmiennych losowych ciągłych.
10. Obliczanie prawdopodobieństw dla rozkładów jednostajnego, wykładniczego i normalnego (z wykorzystaniem tablic); wyznaczanie rozkładu funkcji zmiennej losowej.
11. Wyznaczanie wartości oczekiwanej, wariancji, momentów i kwantyli; stosowanie nierówności Czebyszewa.
12. Wyznaczanie rozkładów brzegowych i warunkowych pary zmiennych losowych; badanie niezależności zmiennych losowych.
13. Obliczanie kowariancji i współczynnika korelacji; stosowanie prawa wielkich liczb.
14. Kolokwium 2 (tematy 8–13).
15. Zastosowania centralnego twierdzenia granicznego i twierdzenia de Moivre'a–Laplace'a; kolokwium poprawkowe.

### 3.4 Metody dydaktyczne

Ćwiczenia audytoryjne: Rozwiązywanie zadań, dyskusja, praca w grupach

Wykłady: wykład problemowy/wykład z prezentacją multimedialną/ metody kształcenia na odległość

## 4. METODY I KRYTERIA OCENY

### 4.1 Sposoby weryfikacji efektów uczenia się

| Symbol efektu | Metody oceny efektów uczenia się (np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć) | Forma zajęć dydaktycznych (w, ćw, ...) |
|---|---|---|
| EK_01 | egzamin | wykład |
| EK_02 | egzamin | wykład |
| EK_03 | egzamin | wykład |
| EK_04 | egzamin, kolokwium | wykład, ćwiczenia |

| | | |
|---|---|---|
| EK_05 | egzamin, kolokwium | wykład, ćwiczenia |
| EK_06 | egzamin, kolokwium | wykład, ćwiczenia |
| EK_07 | obserwacja w trakcie zajęć | wykład, ćwiczenia |

**4.2 Warunki zaliczenia przedmiotu (kryteria oceniania)**

**Zaliczenie ćwiczeń** na podstawie kolokwiów i aktywności na zajęciach.
Warunkiem uzyskania zaliczenia ćwiczeń jest zdobycie co najmniej 50% punktów z każdego kolokwium. Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali:
- poniżej 50% pkt. – brak zaliczenia,
- [50 – 60%) pkt. – dostateczny,
- [60 – 70%) pkt. – plus dostateczny,
- [70 – 80%) pkt. – dobry,
- [80 – 90%) pkt. – plus dobry,
- [90– 100%] pkt. – bardzo dobry.

Aktywność na ćwiczeniach może podnieść ocenę co najwyżej o pół stopnia.
**Egzamin:** Warunkiem zdania egzaminu jest uzyskanie z niego co najmniej 50% punktów.
Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali:
- poniżej 50% pkt. – niedostateczny,
- [50 – 60%) pkt. – dostateczny,
- [60 – 70%) pkt. – plus dostateczny,
- [70 – 80%) pkt. – dobry,
- [80 – 90%) pkt. – plus dobry,
- [90 – 100%] pkt. – bardzo dobry.

5. CAŁKOWITY NAKŁAD PRACY STUDENTA POTRZEBNY DO OSIĄGNIĘCIA ZAŁOŻONYCH EFEKTÓW W GODZINACH ORAZ PUNKTACH ECTS

| **Forma aktywności** | **Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności** |
|---|---|
| Godziny z harmonogramu studiów | 60 |
| Inne z udziałem nauczyciela akademickiego (udział w konsultacjach, egzaminie) | 5 |
| Godziny niekontaktowe – praca własna studenta (przygotowanie do zajęć, egzaminu, napisanie referatu itp.) | 85 |
| SUMA GODZIN | 150 |
| **SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS** | 6 |

* Należy uwzględnić, że 1 pkt ECTS odpowiada 25-30 godzin całkowitego nakładu pracy studenta.

## 6. PRAKTYKI ZAWODOWE W RAMACH PRZEDMIOTU/ MODUŁU

| | |
|---|---|
| wymiar godzinowy | nie dotyczy |
| zasady i formy odbywania praktyk | nie dotyczy |

## 7. LITERATURA

Literatura podstawowa:


1. W. Feller, Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa, T.1, PWN, Warszawa 2006.
2. J. Jakubowski, R. Sztencel: Wstęp do teorii prawdopodobieństwa, wyd. 4, Script, Warszawa 2010.
3. M. Majsnerowska: Elementarny wykład z rachunku prawdopodobieństwa z zadaniami, Wyd. Uniw. Wrocławskiego, 2005.
4. W. Krysicki, J. Bartos, W. Dyczka, K. Królikowska, M. Wasilewski, Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach, cz. 1, PWN, Warszawa 2012.
5. M. Krzyśko, Wykłady z teorii prawdopodobieństwa, WNT, Warszawa 2000.
6. A. Plucińska, E. Pluciński, Probabilistyka, WNT, Warszawa 2006.


Literatura uzupełniająca:


1. L. Kubik, Rachunek prawdopodobieństwa. Podręcznik dla nauczycielskich studiów matematycznych, PWN, Warszawa 1981.
2. P. Pusz, L. Zaręba, Wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa, Wydawnictwo Oświatowe Fosze, Rzeszów 2010.
3. C. M. Grinstead, J. L. Snell, Introduction to Probability, American Mathematical Society, Providence 1997 (dostęp otwarty).


Akceptacja Kierownika Jednostki lub osoby upoważnionej