

**SYLABUS**

DOTYCZY CYKLU KSZTAŁCENIA 2020/2021 – 2022/2023.

(skrajne daty)

Rok akademicki 2020/2021

**1. PODSTAWOWE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE/MODULE**

Nazwa przedmiotu	<b>Algebra liniowa z geometrią</b>
Kod przedmiotu*	
Nazwa jednostki prowadzącej kierunek	Kolegium Nauk Przyrodniczych
Nazwa jednostki realizującej przedmiot	Kolegium Nauk Przyrodniczych Instytut Matematyki
Kierunek studiów	Matematyka
Poziom kształcenia	studia I stopnia
Profil	ogólnoakademicki
Forma studiów	stacjonarne
Rok i semestr studiów	rok I, semestr 1 i 2
Rodzaj przedmiotu	kierunkowy
Język wykładowy	język polski
Koordinator	dr hab. prof. UR Janusz Sokół
Imię i nazwisko osoby prowadzącej / osób prowadzących	dr hab. prof. UR Janusz Sokół dr Małgorzata Chudziak, dr Renata Tłuczek-Pęciak

\* - zgodnie z ustaleniami w Jednostce

**1.1. Formy zajęć dydaktycznych, wymiar godzin i punktów ECTS**

Semestr (nr)	Wykł.	Ćw.	Konw.	Lab.	Sem.	ZP	Prakt.	Inne (jakie?)	Liczba pkt ECTS
1	30	30							6
2	30	30							6

**1.2. Sposób realizacji zajęć**

- zajęcia w formie tradycyjnej  
 zajęcia realizowane z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość

**1.3 Forma zaliczenia przedmiotu (z toku) (egzamin, zaliczenie z oceną, zaliczenie bez oceny)****Wykład-egzamin, Ćwiczenia - zaliczenie na ocenę****2. WYMAGANIA WSTĘPNE**

Wiadomości z matematyki z zakresu szkoły ponadgimnazjalnej
--

### 3. CELE, EFEKTY UCZENIA SIĘ, TREŚCI PROGRAMOWE I STOSOWANE METODY DYDAKTYCZNE

#### 3.1 Cele przedmiotu

C1	Zapoznanie z podstawowymi pojęciami algebry liniowej.
C2	Zapoznanie z podstawowymi pojęciami geometrii analitycznej.
C3	Zapoznanie z podstawowymi metodami dowodowymi stosowanymi w algebrze liniowej i geometrii analitycznej.
C4	Zapoznanie z podstawowymi technikami obliczeniowymi stosowanymi w algebrze liniowej i geometrii analitycznej.

#### 3.2 Efekty uczenia się dla przedmiotu

EK (efekt uczenia się)	Treść efektu uczenia się zdefiniowanego dla przedmiotu	Odniesienie do efektów kierunkowych
EK_01	student definiuje klasyczne pojęcia z zakresu algebry liniowej i geometrii analitycznej oraz zna przykłady ilustrujące te pojęcia	K_Wo1, K_Wo3
EK_02	student formułuje podstawowe twierdzenia z zakresu algebry liniowej i geometrii analitycznej, zna i rozumie metody dowodowe oraz techniki obliczeniowe stosowane w algebrze liniowej i geometrii analitycznej	K_Wo2, K_Wo4
EK_03	student dowodzi podstawowe twierdzenia z zakresu algebry liniowej i geometrii analitycznej, Posługuje się pojęciami: grupy, ciała, przestrzeni liniowej, wektora, macierzy, przekształcenia liniowego, prostej i płaszczyzny, krzywej stożkowej, powierzchni obrotowej	K_Uo1, K_Uo2, K_Uo7
EK_04	student potrafi wykonywać działania na liczbach zespolonych (w różnych postaciach) oraz interpretować różne zbiory liczb zespolonych, rozwiązuje równania w zbiorze liczb zespolonych	K_Uo2, K_Uo7
EK_05	student potrafi obliczać wyznaczniki i zna ich własności, rozwiązuje układy równań liniowych o stałych współczynnikach, potrafi posłużyć się geometryczną interpretacją rozwiązań, znajduje macierze przekształceń liniowych w różnych bazach, oblicza wartości własne i wektory własne macierzy, potrafi wyjaśnić geometryczny sens tych pojęć	K_Uo2, K_Uo7, K_Uo8
EK_06	student potrafi napisać różne równania prostych i płaszczyzn oraz badać ich wzajemne położenie, stosuje własności krzywych stożkowych w rozwiązywaniu zadań, potrafi napisać równania powierzchni obrotowych	K_Uo2, K_Uo8
EK_07	student jest gotów do formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień algebry liniowej i geometrii	K_Ko1, K_Ko2, K_Ko3

	analitycznej, zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia	
--	---	--

### 3.3 Treści programowe

#### A. Problematyka wykładu

##### Treści merytoryczne

Działania: podstawowe własności i przykłady.

Struktury algebraiczne i homomorfizmy: przegląd podstawowych struktur algebraicznych: grupy, ciała, homomorfizmy grup.

Ciało liczb zespolonych: postać algebraiczna, trygonometryczna i wykładnicza liczby zespolonej, działania na liczbach zespolonych, wzór de Moivre'a, pierwiastki z liczby zespolonej, interpretacje geometryczne zbiorów liczb zespolonych.

Przestrzenie liniowe: kombinacja liniowa wektorów, liniowa zależność i niezależność wektorów, baza przestrzeni liniowej, wymiar przestrzeni liniowej, podprzestrzeń liniowa, suma prosta podprzestrzeni liniowych, przestrzeń ilorazowa.

Macierze: podstawowe pojęcia, różne typy macierzy, działania na macierzach.

Wyznacznik macierzy kwadratowej: definicja wyznacznika, własności wyznaczników, metody obliczania wyznaczników, wzór Laplace'a, macierz odwrotna, minory i rząd macierzy.

Układy równań liniowych: twierdzenie Kroneckera-Capellego, ogólna postać rozwiązań układu równań liniowych, badanie układu równań, wzory Cramera.

Odwzorowania liniowe: definicja odwzorowania liniowego, jądro i obraz odwzorowania liniowego, rząd odwzorowania liniowego, monomorfizm, epimorfizm, izomorfizm.

Reprezentacja macierzowa odwzorowania liniowego. Mnożenie macierzy a składanie odwzorowań liniowych. Macierz przejścia, macierz odwzorowania liniowego po zmianie bazy.

Endomorfizmy: wartość własna i wektor własny endomorfizmu, wielomian charakterystyczny.

Formy kwadratowe: odwzorowanie dwuliniowe, macierz i rząd odwzorowania dwuliniowego, diagonalizacja formy kwadratowej.

Euklidesowe przestrzenie wektorowe: iloczyn skalarny, norma wyznaczona przez iloczyn skalarny, nierówność Schwarz'a, baza ortonormalna, macierz ortogonalna.

Wektory: działania na wektorach w przestrzeni: dodawanie, odejmowanie, mnożenie przez skalar, iloczyn skalarny, iloczyn wektorowy.

Geometria analityczna w  $R^2$  Prosta na płaszczyźnie. Definicje i równania krzywych stożkowych.

Geometria analityczna w  $R^3$ : Prosta i płaszczyzna w przestrzeni. Powierzchnie obrotowe w  $R^3$  (walce, stożki, hiperboloidy, paraboloidy).

B. Problematyka ćwiczeń audytoryjnych, konwersatoryjnych, laboratoryjnych, zajęć praktycznych

Treści merytoryczne

Działania: podstawowe własności i przykłady.

Struktury algebraiczne i homomorfizmy: przegląd podstawowych struktur algebraicznych: grupy, ciała, homomorfizmy grup.

Ciało liczb zespolonych: postać algebraiczna, trygonometryczna i wykładnicza liczby zespolonej, działania na liczbach zespolonych, wzór de Moivre'a, pierwiastki z liczby zespolonej, interpretacje geometryczne zbiorów liczb zespolonych.

Przestrzenie liniowe: kombinacja liniowa wektorów, liniowa zależność i niezależność wektorów, baza przestrzeni liniowej, wymiar przestrzeni liniowej, podprzestrzeń liniowa, suma prosta podprzestrzeni liniowych, przestrzeń ilorazowa.

Macierze: podstawowe pojęcia, różne typy macierzy, działania na macierzach.

Wyznacznik macierzy kwadratowej: definicja wyznacznika, własności wyznaczników, metody obliczania wyznaczników, wzór Laplace'a, macierz odwrotna, minory i rząd macierzy.

Układy równań liniowych: twierdzenie Kroneckera-Capellego, ogólna postać rozwiązań układu równań liniowych, badanie układu równań, wzory Cramera.

Odwzorowania liniowe: definicja odwzorowania liniowego, jądro i obraz odwzorowania liniowego, rząd odwzorowania liniowego, monomorfizm, epimorfizm, izomorfizm.

Reprezentacja macierzowa odwzorowania liniowego. Mnożenie macierzy a składanie odwzorowań liniowych. Macierz przejścia, macierz odwzorowania liniowego po zmianie bazy.

Endomorfizmy: wartość własna i wektor własny endomorfizmu, wielomian charakterystyczny.

Formy kwadratowe: odwzorowanie dwuliniowe, macierz i rząd odwzorowania dwuliniowego, diagonalizacja formy kwadratowej.

Euklidesowe przestrzenie wektorowe: iloczyn skalarny, norma wyznaczona przez iloczyn skalarny, nierówność Schwarz, baza ortonormalna, macierz ortogonalna.

Wektory: działania na wektorach w przestrzeni: dodawanie, odejmowanie, mnożenie przez skalar, iloczyn skalarny, iloczyn wektorowy.

Geometria analityczna w  $R^2$  Prosta na płaszczyźnie. Definicje i równania krzywych stożkowych.

Geometria analityczna w  $R^3$ : Prosta i płaszczyzna w przestrzeni. Powierzchnie obrotowe w  $R^3$  (walce, stożki, hiperboloidy, paraboloidy).

### 3.4 Metody dydaktyczne

**Ćwiczenia audytoryjne:** analiza zadań problemowych z dyskusją, praca w grupach  
(rozwiązywanie zadań, dyskusja)

**Wykład:** wykład problemowy/wykład z prezentacją multimedialną/  
metody kształcenia na odległość.

## 4. METODY I KRYTERIA OCENY

### 4.1 Sposoby weryfikacji efektów uczenia się

Symbol efektu	Metody oceny efektów uczenia się (np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć)	Forma zajęć dydaktycznych (w, ćw, ...)
EK_01	kolokwium, egzamin pisemny, egzamin ustny, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_02	kolokwium, egzamin pisemny, egzamin ustny, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_03	kolokwium, egzamin pisemny, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_04	kolokwium, egzamin pisemny, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_05	kolokwium, egzamin pisemny, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_06	kolokwium, egzamin pisemny, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_07	obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia

### 4.2 Warunki zaliczenia przedmiotu (kryteria oceniania)

Ćwiczenia: zaliczenie na ocenę na podstawie 4 sprawdzianów pisemnych w każdym semestrze oraz aktywności na zajęciach.

Egzamin: część pisemna - zadaniowa i teoretyczna.

Kryteria oceny: (udział procentowy z opanowaniem wiedzy – ocena)

50 – 59% - dostateczny (3.0)

60 – 69% - plus dostateczny (3.5)

70 – 79% - dobry (4.0)

80 – 89% - plus dobry (4.5)

90 – 100% - bardzo dobry (5.0)

## 5. CAŁKOWITY NAKŁAD PRACY STUDENTA POTRZEBNY DO OSIĄGNIĘCIA ZAŁOŻONYCH EFEKTÓW W GODZINACH ORAZ PUNKTACH ECTS

Forma aktywności	Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności
Godziny kontaktowe wynikające z harmonogramu studiów	120
Inne z udziałem nauczyciela akademickiego (udział w konsultacjach, egzaminie)	20
Godziny niekontaktowe – praca własna studenta (przygotowanie do zajęć, egzaminu, napisanie referatu itp.)	160
SUMA GODZIN	300
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS	12

\* Należy uwzględnić, że 1 pkt ECTS odpowiada 25-30 godzin całkowitego nakładu pracy studenta.

## 6. PRAKTYKI ZAWODOWE W RAMACH PRZEDMIOTU

wymiar godzinowy	nie dotyczy
zasady i formy odbywania praktyk	nie dotyczy

## 7. LITERATURA

Literatura podstawowa:

1. B. Gleichgewicht, Algebra, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2002. 2. J. Gancarzewicz, Algebra liniowa z elementami geometrii, Wydawnictwo Naukowe UJ, Kraków, 2001.
3. B. Gdowski, E. Pluciński, Zbiór zadań z rachunku wektorowego i geometrii analitycznej, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2006
4. A. Białynicki-Birula, Algebra liniowa z geometrią, Wydawnictwo naukowe PWN, Warszawa 2009.
5. A. Łomnicki, M. Magdoń, M. Żurek-Etgens, Podstawy algebry liniowej w zadaniach, WN WSP, Kraków 1998.
6. M. Moszyńska, Geometria z algebrą liniową, PWN, Warszawa 1989.
7. S. Przybyło, A. Szlachetowski, Algebra i geometria afiniczna w zadaniach, WNT, Warszawa 1983.

Literatura uzupełniająca:

1. T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1 i 2, Oficyna Wydawnicza GiS, 2000.
2. A. I. Kostykin, Wstęp do algebry, PWN, Warszawa 1984.

3. A. Mostowski, M. Stark, Elementy algebry wyższej, PWN, Warszawa 1975.
4. Z. Opial, Algebra, PWN, Warszawa 1975.
5. B. Pochwalska, R. Pochwalski, Matematyka. Elementy algebry liniowej, Wyd. Uczelniane Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice 1997.

Akceptacja Kierownika Jednostki lub osoby upoważnionej