

**SYLABUS**

DOTYCZY CYKLU KSZTAŁCENIA 2019/2020 – 2021/2022  
(skrajne daty)

Rok akademicki 2020/2021

**1. PODSTAWOWE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE**

|                                                       |                                                   |
|-------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| Nazwa przedmiotu                                      | <b>Algebra z teorią liczb</b>                     |
| Kod przedmiotu*                                       |                                                   |
| Nazwa jednostki prowadzącej kierunek                  | Kolegium Nauk Przyrodniczych                      |
| Nazwa jednostki realizującej przedmiot                | Kolegium Nauk Przyrodniczych, Instytut Matematyki |
| Kierunek studiów                                      | Matematyka                                        |
| Poziom studiów                                        | studia I stopnia                                  |
| Profil                                                | ogólnoakademicki                                  |
| Forma studiów                                         | stacjonarne                                       |
| Rok i semestr studiów                                 | rok II, semestr 3                                 |
| Rodzaj przedmiotu                                     | kierunkowy                                        |
| Język wykładowy                                       | język polski                                      |
| Koordinator                                           | dr hab. prof. UR Janusz Sokół                     |
| Imię i nazwisko osoby prowadzącej / osób prowadzących |                                                   |

\* - zgodnie z ustaleniami w Jednostce

**1.1. Formy zajęć dydaktycznych, wymiar godzin i punktów ECTS**

| Semestr (nr) | Wykł. | Ćw. | Konw. | Lab. | Sem. | ZP | Prakt. | Inne (jakie?) | Liczba pkt ECTS |
|--------------|-------|-----|-------|------|------|----|--------|---------------|-----------------|
| 3            | 30    | 30  |       |      |      |    |        |               | 6               |

**1.2. Sposób realizacji zajęć**

- ☒ zajęcia w formie tradycyjnej  
☒ zajęcia realizowane z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość

**1.3 Forma zaliczenia przedmiotu (z toku) (egzamin, zaliczenie z oceną, zaliczenie bez oceny)**  
**Wykład-egzamin, Ćwiczenia - zaliczenie na ocenę**

**2. WYMAGANIA WSTĘPNE**

|                                                           |
|-----------------------------------------------------------|
| Znajomość logiki i teorii mnogości oraz algebry liniowej. |
|-----------------------------------------------------------|

### 3. CELE, EFEKTY UCZENIA SIĘ, TREŚCI PROGRAMOWE I STOSOWANE METODY DYDAKTYCZNE

#### 3.1 Cele przedmiotu/modułu

|    |                                                                                                                  |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| C1 | Poznanie podstawowych pojęć i twierdzeń algebry i teorii liczb.                                                  |
| C2 | Rozwijanie umiejętności rozpoznawania struktur algebraicznych w zagadnieniach z różnych działów matematyki.      |
| C3 | Nabycie umiejętności posługiwania się podstawowymi pojęciami i narzędziami algebry abstrakcyjnej i teorii liczb. |
| C4 | Rozwijanie umiejętności prowadzenia rozumowań algebraiczno-terioliczbowych.                                      |

#### 3.2 Efekty uczenia się dla przedmiotu

| EK (efekt uczenia się) | Treść efektu uczenia się zdefiniowanego dla przedmiotu                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Odniesienie do efektów kierunkowych |
|------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| EK_01                  | student zna i rozumie podstawowe pojęcia z zakresu teorii grup i pierścieni oraz teorii liczb a także zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia z tego zakresu.                                                                                                                                                                                        | K_Wo1, K_Wo3                        |
| EK_02                  | student zna i rozumie podstawowe twierdzenia i metody algebry abstrakcyjnej                                                                                                                                                                                                                                                                              | K_Wo2, K_Wo4                        |
| EK_03                  | student potrafi stosować poznane pojęcia, twierdzenia i metody algebry oraz teorii liczb do rozwiązywania konkretnych zadań.                                                                                                                                                                                                                             | K_Uo1                               |
| EK_04                  | student potrafi w sposób zrozumiały przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne dotyczące pojęć z zakresu algebry oraz teorii liczb, umie przeprowadzać dowody wybranych twierdzeń teorii grup, pierścieni i ciał                                                                                                                                     | K_Uo2                               |
| EK_05                  | student potrafi dostrzec i wykazać obecność struktury grupy lub pierścienia w różnych zagadnieniach matematycznych, rozpoznaje podstruktury (podgrupy, podpierścienie, podciała) danych struktur algebraicznych, konstruuje nowe grupy i pierścienie za pomocą iloczynów kartezjańskich, bada podstawowe własności grup i pierścieni oraz ich elementów. | K_Uo7                               |
| EK_06                  | student posługuje się pojęciami podgrupy niezmienniczej grupy i ideału pierścienia, konstruuje grupy i pierścienie ilorazowe oraz bada ich własności                                                                                                                                                                                                     | K_Uo2, K_Uo7                        |
| EK_07                  | student operuje pojęciami homomorfizmu struktur algebraicznych (grup, pierścieni), jądra i obrazu homomorfizmu, rozumie znaczenie izomorfizmów, rozpoznaje struktury izomorficzne                                                                                                                                                                        | K_Uo2, K_Uo7                        |
| EK_08                  | student posługuje się podstawowymi pojęciami teorii podzielności w pierścieniach całkowitych, w szczególności rozróżnia specjalne typy elementów, stosuje właściwe                                                                                                                                                                                       | K_Uo2, K_Uo7                        |

|       |                                                                                                                                                                                          |                     |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
|       | metody do wyznaczania największego wspólnego dzielnika i najmniejszej wspólnej wielokrotności.                                                                                           |                     |
| EK_09 | student jest gotów do formułowania pytań służących zrozumieniu badanego problemu oraz wyrażać własne opinie na temat teoretycznych i praktycznych zagadnień z algebry oraz teorii liczb. | K_Ko1, K_Ko2, K_Ko3 |

### 3.3 Treści programowe

#### A. Problematyka wykładu

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Treści merytoryczne                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <p>Działania i ich własności. Grupy, grupy przekształceń, grupy permutacji. Podgrupy, warstwy, podgrupy niezmiennicze, grupy ilorazowe.</p> <p>Homomorfizmy grup, twierdzenia dotyczące homomorfizmów (izomorfizmów) grup.</p> <p>Suma prosta grup. Grupy cykliczne. Grupy abelowe skończenie generowane.</p> <p>Pierścienie, pierścienie całkowite, ciała. Podpierścienie, ideały, pierścienie ilorazowe.</p> <p>Homomorfizmy pierścieni, twierdzenia dotyczące homomorfizmów (izomorfizmów) pierścieni.</p> <p>Charakterystyka pierścienia całkowitego. Ciało ułamków pierścienia całkowitego.</p> <p>Wielomiany, pierścienie wielomianów. Pierwiastki wielomianu, pierwiastki wielokrotne.</p> <p>Dzielenie wielomianów z resztą. Wielomiany wielu zmiennych (informacyjnie).</p> <p>Relacja podzielności w pierścieniu całkowitym, relacja stowarzyszenia, grupa elementów odwracalnych. Rozkład elementu na czynniki, elementy rozkładalne i nierozkładalne, elementy pierwsze. Pierścienie z rozkładem, pierścienie z jednoznacznością rozkładu.</p> <p>Największy wspólny dzielnik i najmniejsza wspólna wielokrotność.</p> <p>Zależność między największym wspólnym podzielnikiem i najmniejszą wspólną wielokrotną.</p> <p>Liczby względnie pierwsze, zasadnicze twierdzenie arytmetyki, algorytm Euklidesa.</p> <p>Obliczanie największego wspólnego podzielnika oraz najmniejszej wspólnej wielokrotnej dowolnej skończonej liczby liczb naturalnych.</p> <p>Twierdzenie chińskie o resztach, twierdzenie Thue'go.</p> |

#### B. Problematyka ćwiczeń audytoryjnych, konwersatoryjnych, laboratoryjnych, zajęć praktycznych

|                                                                                                                                             |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Treści merytoryczne                                                                                                                         |
| <p>Działania i ich własności. Grupy, grupy przekształceń, grupy permutacji. Podgrupy, warstwy, podgrupy niezmiennicze, grupy ilorazowe.</p> |

Homomorfizmy grup, twierdzenia dotyczące homomorfizmów (izomorfizmów) grup.

Suma prosta grup. Grupy cykliczne. Grupy abelowe skończenie generowane.

Pierścienie, pierścienie całkowite, ciała. Podpierścienie, ideały, pierścienie ilorazowe.

Homomorfizmy pierścieni, twierdzenia dotyczące homomorfizmów (izomorfizmów) pierścieni.

Charakterystyka pierścienia całkowitego. Ciało ułamków pierścienia całkowitego.

Wielomiany, pierścienie wielomianów. Pierwiastki wielomianu, pierwiastki wielokrotne. Dzielenie wielomianów z resztą. Wielomiany wielu zmiennych (informacyjnie).

Relacja podzielności w pierścieniu całkowitym, relacja stowarzyszenia, grupa elementów odwracalnych. Rozkład elementu na czynniki, elementy rozkładalne i nierozkładalne, elementy pierwsze. Pierścienie z rozkładem, pierścienie z jednoznacznością rozkładu. Największy wspólny dzielnik i najmniejsza wspólna wielokrotność.

Zależność między największym wspólnym podzielnikiem i najmniejszą wspólną wielokrotną.

Liczby względnie pierwsze, zasadnicze twierdzenie arytmetyki, algorytm Euklidesa.

Obliczanie największego wspólnego podzielnika oraz najmniejszej wspólnej wielokrotnej dowolnej skończonej liczby liczb naturalnych.

Twierdzenie chińskie o resztach, twierdzenie Thue'go.

### 3.4 Metody dydaktyczne

Ćwiczenia audytoryjne: analiza zadań problemowych z dyskusją, praca w grupach (rozwiązanie zadań, dyskusja),

Wykład: wykład tradycyjny/wykład z prezentacją multimedialną/ metody kształcenia na odległość.

## 4. METODY I KRYTERIA OCENY

### 4.1 Sposoby weryfikacji efektów uczenia się

| Symbol efektu | Metody oceny efektów uczenia się<br>(np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć) | Forma zajęć dydaktycznych<br>(w, ćw, ...) |
|---------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|
| EK_01         | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin                                                                                          | ćwiczenia, wykład                         |
| EK_02         | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin                                                                                          | ćwiczenia, wykład                         |
| EK_03         | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin                                                                                          | ćwiczenia, wykład                         |
| EK_04         | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin                                                                                          | ćwiczenia, wykład                         |
| EK_05         | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin                                                                                          | ćwiczenia, wykład                         |

|       |                                                |                   |
|-------|------------------------------------------------|-------------------|
| EK_o6 | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin | ćwiczenia, wykład |
| EK_o7 | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin | ćwiczenia, wykład |
| EK_o8 | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin | ćwiczenia, wykład |
| EK_o9 | obserwacja w trakcie zajęć                     | ćwiczenia, wykład |

#### 4.2 Warunki zaliczenia przedmiotu (kryteria oceniania)

Zaliczenie ćwiczeń na ocenę jest ustalane na podstawie sprawdzianów pisemnych oraz aktywności studenta w trakcie ćwiczeń. W ciągu semestru studenci piszą co najmniej dwa sprawdziany, z których łącznie można uzyskać 30 pkt. Liczba sprawdzianów i sposób przypisania do nich punktów jest podawana do wiadomości studentom podczas pierwszych zajęć w semestrze. Za aktywność w trakcie zajęć student może otrzymać dodatkowo 1-3 pkt. Warunkiem zaliczenia ćwiczeń jest uzyskanie z każdego sprawdzianu co najmniej połowy możliwych do uzyskania punktów. Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali:

[15, 18) pkt – 3.0,

[18, 21) pkt – 3.5,

[21, 24) pkt – 4.0,

[24, 27) pkt – 4.5,

powyżej 27 pkt – 5.0.

Wykład kończy się egzaminem. Egzamin jest pisemny. Ocena ostateczna jest wówczas średnią arytmetyczną dwóch ocen częściowych (z egzaminu i z ćwiczeń), zaokrągloną do najbliższej z ocen 3.0; 3.5; 4.0; 4.5; 5.0.

#### 5. CAŁKOWITY NAKŁAD PRACY STUDENTA POTRZEBNY DO OSIĄGNIĘCIA ZAŁOŻONYCH EFEKTÓW W GODZINACH ORAZ PUNKTACH ECTS

| Forma aktywności                                                                                          | Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| Godziny kontaktowe wynikające z harmonogramu studiów                                                      | 60                                                |
| Inne z udziałem nauczyciela (udział w konsultacjach, egzaminie)                                           | 5                                                 |
| Godziny niekontaktowe – praca własna studenta (przygotowanie do zajęć, egzaminu, napisanie referatu itp.) | 85                                                |
| SUMA GODZIN                                                                                               | 150                                               |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS                                                                            | 6                                                 |

\* Należy uwzględnić, że 1 pkt ECTS odpowiada 25-30 godzin całkowitego nakładu pracy studenta.

## 6. PRAKTYKI ZAWODOWE W RAMACH PRZEDMIOTU

|                                  |             |
|----------------------------------|-------------|
| wymiar godzinowy                 | nie dotyczy |
| zasady i formy odbywania praktyk | nie dotyczy |

## 7. LITERATURA

Literatura podstawowa:

1. B. Gleichgewicht, Algebra, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2004.
2. A. Białyński-Birula, Algebra, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2009.
3. J. Browkin, Teoria ciał, PWN, Warszawa 1978.
4. A. I. Kostrikin, Wstęp do algebry, t.1, t. 3, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2005.
5. Z. Opiał, Algebra wyższa, PWN, Warszawa 1976.
6. J. Rutkowski, Algebra abstrakcyjna w zadaniach, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2005.
7. W. Sierpiński, Wstęp do teorii liczb, WSiP, Warszawa 1987.

Literatura uzupełniająca:

1. J. Browkin, Wybrane zagadnienia algebry, PWN, Warszawa 1970.
2. W. J. Gilbert, W. K. Nicholson, Algebra współczesna z zastosowaniami, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2008.
3. W. Sierpiński, Elementy arytmetyki teoretycznej, WSiP, Warszawa 1980.
4. W. Sierpiński, Arytmetyka teoretyczna, PWN, Warszawa 1966.

Akceptacja Kierownika Jednostki lub osoby upoważnionej