

**SYLABUS****DOTYCZY CYKLU KSZTAŁCENIA 2019-2023***(skrajne daty)*

Rok akademicki 2019/2020

**1. PODSTAWOWE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE**

|                                                       |                                                   |
|-------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| Nazwa przedmiotu                                      | <b>Analiza matematyczna</b>                       |
| Kod przedmiotu*                                       |                                                   |
| nazwa jednostki prowadzącej kierunek                  | Kolegium Nauk Przyrodniczych                      |
| Nazwa jednostki realizującej przedmiot                | Kolegium Nauk Przyrodniczych, Instytut Matematyki |
| Kierunek studiów                                      | Inżynieria materiałowa                            |
| Poziom studiów                                        | studia pierwszego stopnia                         |
| Profil                                                | ogólnoakademicki                                  |
| Forma studiów                                         | stacjonarne                                       |
| Rok i semestr/y studiów                               | rok I, semestr 1 i 2                              |
| Rodzaj przedmiotu                                     | podstawowy                                        |
| Język wykładowy                                       | polski                                            |
| Koordynator                                           | dr Anna Szpila                                    |
| Imię i nazwisko osoby prowadzącej / osób prowadzących | dr Anna Szpila                                    |

\* -opcjonalnie, zgodnie z ustaleniami w Jednostce

**1.1. Formy zajęć dydaktycznych, wymiar godzin i punktów ECTS**

| Semestr (nr) | Wykł. | Ćw. | Konw. | Lab. | Sem. | ZP | Prakt. | Inne (jakie?) | Liczba pkt. ECTS |
|--------------|-------|-----|-------|------|------|----|--------|---------------|------------------|
| 1            | 30    | 30  |       |      |      |    |        |               | 5                |
| 2            | 30    | 30  |       |      |      |    |        |               | 6                |

**1.2. Sposób realizacji zajęć**☒ zajęcia w formie tradycyjnej☐ zajęcia realizowane z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość**1.3 Forma zaliczenia przedmiotu (z toku)** (egzamin, zaliczenie z oceną, zaliczenie bez oceny)

Semestr 1: ćwiczenia – zaliczenie z oceną, wykład – egzamin,

Semestr 2: ćwiczenia – zaliczenie z oceną, wykład – egzamin.

**2. WYMAGANIA WSTĘPNE**

Znajomość matematyki szkolnej na poziomie matury podstawowej.

### 3. CELE, EFEKTY UCZENIA SIĘ, TREŚCI PROGRAMOWE I STOSOWANE METODY DYDAKTYCZNE

#### 3.1 Cele przedmiotu

|                |                                                                                                                                                                                |
|----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| C <sub>1</sub> | Zapoznanie z podstawowymi pojęciami z zakresu elementami logiki, rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych oraz teorii równań różniczkowych.         |
| C <sub>2</sub> | Zapoznanie z podstawowymi metodami i technikami stosowanymi w analizie matematycznej.                                                                                          |
| C <sub>3</sub> | Wyćwiczenie umiejętności stosowania aparatu matematycznego z zakresu analizy matematycznej niezbędnego do opisu zagadnień i rozwiązywania problemów fizycznych i technicznych. |

#### 3.2 Efekty uczenia się dla przedmiotu

| EK (efekt uczenia się) | Treść efektu uczenia się zdefiniowanego dla przedmiotu                                                                                                       | Odniesienie do efektów kierunkowych |
|------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| EK_01                  | student zna i rozumie klasyczne pojęcia z logiki i analizy matematycznej;                                                                                    | K_W01                               |
| EK_02                  | student zna i rozumie podstawowe techniki obliczeniowe stosowane w analizie matematycznej;                                                                   | K_W01                               |
| EK_03                  | student zna i rozumie przykłady zastosowań aparatu matematycznego z zakresu analizy matematycznej do opisu zagadnień fizycznych i technicznych;              | K_W01                               |
| EK_04                  | student posługuje się pojęciami logiki matematycznej do opisu zagadnień matematycznych i modeli matematycznych zjawisk fizycznych i technicznych;            | K_U01, K_U07                        |
| EK_05                  | student oblicza granice, bada ciągłość i wyznacza pochodne funkcji jednej zmiennej                                                                           | K_U01,                              |
| EK_06                  | student stosuje pochodne funkcji jednej zmiennej w geometrii, fizyce i technice;                                                                             | K_U01, K_U07, K_U04                 |
| EK_07                  | student oblicza całki nieoznaczone i oznaczone wykorzystując odpowiednie metody;                                                                             | K_U01, K_U04                        |
| EK_08                  | student wykorzystuje całki oznaczone do zagadnień geometrycznych, fizycznych i technicznych;                                                                 | K_U01, K_U07                        |
| EK_09                  | student wyznacza pochodne cząstkowe i wykorzystuje je do wyznaczania ekstremów lokalnych funkcji;                                                            | K_U01                               |
| EK_10                  | student oblicza różniczki zupełne i stosuje je w zagadnieniach technicznych;                                                                                 | K_U01, K_U07                        |
| EK_11                  | student wyznacza całki podwójne i potrójne oraz stosuje je do rozwiązywania problemów geometrycznych, fizycznych i technicznych;                             | K_U01, K_U07                        |
| EK_12                  | student wyznacza całki krzywoliniowe i odpowiednio je stosuje;                                                                                               | K_U01, K_U07                        |
| EK_13                  | student posługuje się pojęciem pola skalarnego i wektorowego, pola potencjalnego oraz oblicza gradient, dywergencję, rotację i laplasjan z odpowiednich pól; | K_U01, K_U07                        |

|       |                                                                                                                                                                                  |                              |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|
| EK_14 | student rozwiązuje równania różniczkowe oraz opisuje zjawiska fizyczne i techniczne za pomocą równań różniczkowych;                                                              | K_Uo1, K_Uo4<br>K_Uo6, K_Uo7 |
| EK_15 | student jest gotów do wzbogacania własnej wiedzy i umiejętności w zakresie stosowania aparatu matematycznego do rozwiązywania różnych problemów związanych z kierunkiem studiów; | K_Ko1                        |
| EK_16 | student jest gotów do ustalenia priorytetów służących realizacji określonego przez siebie lub innych zadania, organizuje pracę własną oraz potrafi wykonywać zadania zespołowe.  | K_Ko3                        |

### 3.3 Treści programowe

#### A. Problematyka wykładu

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Treści merytoryczne                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| <b>Elementy logiki i teorii zbiorów</b><br>Zdania. Prawa logiczne rachunku zdań. Kwantyfikatory. Zbiory. Zbiory liczbowe. Działania na zbiorach.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <b>Funkcje elementarne i ich własności</b><br>Określenie i własności funkcji. Omówienie poszczególnych funkcji elementarnych: liniowej, kwadratowej, potęgowej, wykładniczej, logarytmicznej, trygonometrycznych.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| <b>Ciągi i szeregi liczbowe</b><br>Określenie ciągu. Monotoniczność ciągów liczbowych. Ciąg arytmetyczny i ciąg geometryczny. Granica ciągu. Twierdzenia o granicach. Granice podstawowych ciągów. Określenie szeregu. Zbieżność szeregu. Kryteria zbieżności dla szeregów o wyrazach nieujemnych. Szeregi naprzemienne.                                                                                                                                                                                                            |
| <b>Granica i ciągłość funkcji</b><br>Pojęcie granicy funkcji. Twierdzenia o zbieżności funkcji. Obliczanie granic wybranych funkcji. Ciągłość funkcji w punkcie i na przedziale. Rodzaje punktów nieciągłości. Twierdzenia o funkcjach ciągłych i ich zastosowania.                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| <b>Pochodna funkcji jednej zmiennej</b><br>Pojęcie pochodnej funkcji. Interpretacja geometryczna i fizyczna pochodnej. Pochodna sumy, iloczynu i ilorazu funkcji. Pochodna funkcji złożonej. Pochodna funkcji odwrotnej. Pochodne wyższych rzędów. Różniczka funkcji. Twierdzenia o wartości średniej rachunku różniczkowego. Reguła de l'Hospitala. Monotoniczność funkcji różniczkowalnych. Ekstrema lokalne funkcji różniczkowalnych. Wklęsłość i wypukłość, punkty przegięcia. Asymptoty. Badanie przebiegu zmienności funkcji. |
| <b>Całka nieoznaczona</b><br>Pojęcie funkcji pierwotnej. Całka nieoznaczona i jej własności. Tablica całek podstawowych funkcji. Wzory na całkowanie przez części i przez podstawienie. Całkowanie funkcji wymiernych, niewymiernych i trygonometrycznych.                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| <b>Całka oznaczona</b><br>Pojęcie całki oznaczonej. Interpretacja geometryczna całki oznaczonej. Metody wyznaczania całek oznaczonych. Zastosowania geometryczne i fizyczne.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| <b>Wybrane zagadnienia z rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych</b><br>Funkcje dwóch i trzech zmiennych – dziedzina, podstawowe powierzchnie – wykresy funkcji dwóch zmiennych. Pochodne cząstkowe funkcji dwóch i trzech zmiennych, płaszczyzna                                                                                                                                                                                                                                                                            |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| styczna do powierzchni. Różniczka zupełna i jej zastosowania. Ekstrema lokalne funkcji dwóch i trzech zmiennych.                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <b>Wybrane zagadnienia z rachunku całkowego funkcji wielu zmiennych</b><br>Całki podwójne. Zamiana zmiennych na współrzędne biegunowe. Całki potrójne. Zamiana zmiennych na współrzędne sferyczne i walcowe. Zastosowania geometryczne i fizyczne całek podwójnych i potrójnych.                                                                                                                                    |
| <b>Elementy analizy wektorowej</b><br>Określenie pola skalarne i pola wektorowego, przykłady pól. Gradient funkcji, potencjał pola wektorowego. Pole potencjalne. Rotacja pola wektorowego i jej własności. Dywergencja pola wektorowego i jej własności.                                                                                                                                                           |
| <b>Całki krzywoliniowe</b><br>Łuki na płaszczyźnie i w przestrzeni. Przykłady łuków. Określenie całki krzywoliniowej nieskierowanej. Zamiana całki krzywoliniowej nieskierowanej na całkę oznaczoną. Zastosowania całek krzywoliniowych nieskierowanych. Określenie całki krzywoliniowej skierowanej. Zamiana całki krzywoliniowej skierowanej na całkę oznaczoną. Zastosowania całek krzywoliniowych skierowanych. |
| <b>Równania różniczkowe zwyczajne</b><br>Zjawiska w fizyce i technice opisywane równaniami różniczkowymi. Równania o zmiennych rozdzielonych. Równania różniczkowe liniowe I rzędu, jednorodne i niejednorodne. Równania różniczkowe rzędu II. Równania liniowe rzędu drugiego. Zastosowanie równań różniczkowych w technice.                                                                                       |

B. Problematyka ćwiczeń audytoryjnych, konwersatoryjnych, laboratoryjnych, zajęć praktycznych

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Treści merytoryczne                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <b>Elementy logiki i teorii zbiorów</b><br>Zapis za pomocą symboli logicznych oraz kwantyfikatorów zdań i funkcji zdaniowych. Sprawdzanie wartości logicznych zdań. Dowodzenie tautologii. Działania na zbiorach.                                                                                                                                                                                                                                 |
| <b>Funkcje elementarne i ich własności</b><br>Badanie podstawowych własności funkcji: monotoniczności, różnowartościowości, parzystości, nieparzystości, okresowości. Równania i nierówności wykładnicze, logarytmiczne, trygonometryczne.                                                                                                                                                                                                        |
| <b>Ciągi i szeregi liczbowe</b><br>Badanie monotoniczności ciągów liczbowych. Ciąg arytmetyczny i ciąg geometryczny. Obliczanie granic ciągów. Badanie zbieżności szeregów liczbowych.                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <b>Granica i ciągłość funkcji</b><br>Obliczanie granic funkcji. Badanie ciągłości funkcji w punkcie i na przedziale. Określanie rodzajów punktów nieciągłości. Zastosowania twierdzeń o funkcjach ciągłych.                                                                                                                                                                                                                                       |
| <b>Pochodna funkcji jednej zmiennej</b><br>Wyznaczanie pochodnych funkcji. Interpretacja geometryczna i fizyczna pochodnej. Zastosowania różniczek funkcji. Zastosowania twierdzeń o wartości średniej rachunku różniczkowego. Zastosowania reguły de l'Hospitala. Badanie monotoniczności i ekstremów funkcji różniczkowalnych, badanie wklęsłości, wypukłości i punktów przegięcia. Wyznaczanie asymptot. Badanie przebiegu zmienności funkcji. |
| <b>Całka nieoznaczona</b><br>Całkowanie przez podstawianie. Całkowanie przez części. Całkowanie funkcji wymiernych, niewymiernych i trygonometrycznych.                                                                                                                                                                                                                                                                                           |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Całka oznaczona</b><br>Interpretacja geometryczna całki oznaczonej. Wyznaczanie całek oznaczonych. Zastosowania geometryczne i fizyczne całek oznaczonych.                                                                                                                                                                                                                         |
| <b>Wybrane zagadnienia z rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych</b><br>Wyznaczanie dziedziny funkcji dwóch i trzech zmiennych. Wyznaczanie pochodnych cząstkowych funkcji dwóch i trzech zmiennych, Zastosowania różniczki zupełnej. Wyznaczanie ekstremów lokalnych funkcji dwóch i trzech zmiennych.                                                                        |
| <b>Wybrane zagadnienia z rachunku całkowego funkcji wielu zmiennych</b><br>Obliczanie całek podwójnych po obszarach normalnych. Zamiana zmiennych na współrzędne biegunowe. Zastosowania geometryczne i fizyczne całki podwójnej. Obliczanie całek potrójnych po obszarach normalnych. Zamiana zmiennych w całkach potrójnych. Zastosowania geometryczne i fizyczne całek potrójnych. |
| <b>Elementy analizy wektorowej</b><br>Wyznaczanie gradientu funkcji, potencjału, rotacji i dywergencja pola wektorowego. Badanie własności tych funkcjonalów. Badanie potencjalności pola.                                                                                                                                                                                            |
| <b>Całki krzywoliniowe niezorientowane</b><br>Wyznaczanie całek krzywoliniowych nieskierowanych. Wyznaczanie całek krzywoliniowych skierowanych. Zastosowania całek krzywoliniowych.                                                                                                                                                                                                  |
| <b>Równania różniczkowe zwyczajne</b><br>Zjawiska w fizyce i technice opisywane równaniami różniczkowymi. Rozwiązywanie równań o zmiennych rozdzielonych. Rozwiązywanie równań liniowych I rzędu, jednorodnych i niejednorodnych. Rozwiązywanie wybranych równań II rzędu. Rozwiązywanie równań liniowych II rzędu Zastosowanie równań różniczkowych w technice.                      |

### 3.4 Metody dydaktyczne

*Wykład: wykład z prezentacją multimedialną*

*Ćwiczenia: rozwiązywanie zadań.*

## 4. METODY I KRYTERIA OCENY

### 4.1 Sposoby weryfikacji efektów uczenia się

| Symbol efektu | Metody oceny efektów uczenia się<br>(np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć) | Forma zajęć dydaktycznych<br>(w., ćw., ...) |
|---------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| EK_01         | egzamin – część teoretyczna, obserwacja w trakcie zajęć,                                                                                | wykład                                      |
| EK_02         | egzamin – część teoretyczna i zadaniowa, obserwacja w trakcie zajęć,                                                                    | wykład, ćwiczenia                           |
| EK_03         | egzamin – część teoretyczna i zadaniowa, obserwacja w trakcie zajęć,                                                                    | wykład, ćwiczenia                           |
| EK_04         | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa,                                                                       | ćwiczenia                                   |
| EK_05         | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa,                                                                       | ćwiczenia                                   |
| EK_06         | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa,                                                                       | ćwiczenia                                   |
| EK_07         | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa,                                                                       | ćwiczenia                                   |

|       |                                                                   |                   |
|-------|-------------------------------------------------------------------|-------------------|
| EK_o8 | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa, | ćwiczenia         |
| EK_o9 | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa, | ćwiczenia         |
| EK_10 | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa, | ćwiczenia         |
| EK_11 | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa, | ćwiczenia         |
| EK_12 | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa, | ćwiczenia         |
| EK_13 | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa, | ćwiczenia         |
| EK_14 | kolokwium, obserwacja w trakcie zajęć, egzamin – część zadaniowa, | ćwiczenia         |
| EK_15 | obserwacja w trakcie zajęć,                                       | wykład, ćwiczenia |
| EK_16 | obserwacja w trakcie zajęć,                                       | wykład, ćwiczenia |

#### 4.2 Warunki zaliczenia przedmiotu (kryteria oceniania)

Ćwiczenia - zaliczenie na ocenę

po 2 sprawdziany pisemne w każdym semestrze, oceny cząstkowe za aktywność.

Wykład – egzamin po I semestrze, egzamin po II semestrze

Ocena z zaliczenia ćwiczeń w każdym semestrze:

75% oceny stanowią wyniki kolokwiów, 25% aktywność na zajęciach. Planowane są dwa kolokwia.

Punkty uzyskane za kolokwia i aktywność są przeliczane na procenty, którym odpowiadają oceny

- do 50% - niedostateczny,
- 50% - 60% - dostateczny,
- 61% - 70% - dostateczny plus,
- 71% - 80% - dobry,
- 81% - 90% - dobry plus,
- 91% - 100% - bardzo dobry

Egzaminy:

Warunkiem dopuszczenia do egzaminu jest zaliczenie ćwiczeń. Egzamin odbywa się w formie pisemnej i składa się z części teoretycznej i części zadaniowej. Studenci którzy uzyskają ocenę z zaliczenia ćwiczeń powyżej oceny dobrej mogą być zwolnieni z części zadaniowej – ocena z zaliczenia uznana jest wówczas jako ocena z części zadaniowej. Aby uzyskać ocenę pozytywną trzeba zaliczyć obydwie części. Studenci, którzy zaliczyli tylko jedną część egzaminu mają prawo do odpowiedzi ustnej w celu zaliczenia drugiej części. Do każdej z części stosuje się przelicznik za odpowiedni procent uzyskanych punktów:

- do 50% - niedostateczny,
- 50% - 60% - dostateczny,
- 61% - 70% - dostateczny plus,
- 71% - 80% - dobry,
- 81% - 90% - dobry plus,
- 91% - 100% - bardzo dobry

Ocena końcowa jest średnią arytmetyczną z ocen z obydwu części.

## 5. CAŁKOWITY NAKŁAD PRACY STUDENTA POTRZEBNY DO OSIĄGNIĘCIA ZAŁOŻONYCH EFEKTÓW W GODZINACH ORAZ PUNKTACH ECTS

| Forma aktywności                                                                                          | Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| Godziny kontaktowe wynikające z harmonogramu studiów                                                      | 120                                               |
| Inne z udziałem nauczyciela akademickiego (udział w konsultacjach, egzaminie)                             | 10                                                |
| Godziny niekontaktowe – praca własna studenta (przygotowanie do zajęć, egzaminu, napisanie referatu itp.) | 145                                               |
| SUMA GODZIN                                                                                               | 275                                               |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS</b>                                                                     | <b>11</b>                                         |

- Należy uwzględnić, że 1 pkt ECTS odpowiada 25-30 godzin całkowitego nakładu pracy studenta.

## 6. PRAKTYKI ZAWODOWE W RAMACH PRZEDMIOTU

|                                  |             |
|----------------------------------|-------------|
| wymiar godzinowy                 | nie dotyczy |
| zasady i formy odbywania praktyk | nie dotyczy |

## 7. LITERATURA

Literatura podstawowa:

- [1] Banaś J., Wędrychowicz S., *Zbiór zadań z analizy matematycznej*. WNT, Warszawa 1993,
- [2] Gewert M., Skoczylas Z., *Analiza matematyczna 1. Definicje, twierdzenia, wzory*. Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2003,
- [3] Gewert M., Skoczylas Z., *Analiza matematyczna 1. Przykłady i zadania*, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2015,
- [4] Gewert M., Skoczylas Z., *Równania różniczkowe zwyczajne. Teoria, przykłady, zadania*. Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2000,
- [5] Krywicki W., Włodarski L., *Analiza matematyczna w zadaniach, część I i II*. PWN, Warszawa 2006,
- [6] Szpila A., *Matematyka: wybrane zagadnienia z matematyki*, skrypt dla studentów kierunków technicznych, Uniwersytet Rzeszowski, Rzeszów 2013.

Literatura uzupełniająca:

- [1] Stankiewicz J., Wilczek K., *Rachunek różniczkowy i całkowy funkcji jednej zmiennej. Teoria, przykłady, zadania*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2002,
- [2] Stankiewicz J., Wilczek K., *Rachunek różniczkowy i całkowy funkcji wielu zmiennych. Teoria, przykłady, zadania*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2008.

Akceptacja Kierownika Jednostki lub osoby upoważnionej