Prof. dr hab. Stanisław Prus
Instytut Matematyki UMCS
pl. M. Curie-Skłodowskiej 1
20-031 Lublin

Lublin, 25.08.2023

Recenzja dorobku naukowego dr Agnieszki Chlebowicz w postępowaniu o nadanie stopnia doktora habilitowanego

Dr Agnieszka Chlebowicz jest absolwentką studiów matematycznych w Wyższej Szkole Pedagogicznej w Rzeszowie. Studia magisterskie ukończyła w 1995 roku, po czym odbyła studia doktoranckie w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach. Stopień doktora otrzymała w 2004 roku w oparciu o rozprawę doktorską *Formy wyższych stopni nad ciałami uporządkowanymi* napisaną pod opieką dr. hab. Andrzeja Sładka.

Kariera zawodowa dr Agnieszki Chlebowicz związana jest z Politechniką Rzeszowską, w której pracuje nieprzerwanie na kolejnych stanowiskach od 1994 roku. W latach 2007–2012 pracowała także w Państwowej Wyższej Szkole Zawodowej w Jarosławiu.

Kariera naukowa dr Agnieszki Chlebowicz dzieli się na dwa okresy: publikacje z lat 2001–2006 są związane z tematyką jej rozprawy doktorskiej, zaś poczynając od 2009 roku jej badania koncentrują się wokół zastosowań miar niezwartości i twierdzeń o punktach stałych w teorii równań całkowych. W sumie dorobek naukowy dr Agnieszki Chlebowicz obejmuje 16 publikacji i według bazy MathSciNet był cytowany 68 razy w 50 publikacjach 65 autorów. W swoich materiałach dr Agnieszka Chlebowicz podaje liczby cytowań z baz Scopus i Web of Science, które wynoszą odpowiednio 81 i 69. Dane te wskazują na znaczny rezonans jej prac wśród matematyków zajmujących się podobną tematyką. Większość prac habilitantki ukazała się w czasopismach o bardzo dobrej lub co najmniej dobrej renomie, m. in. w Bulletin of the London Mathematical Society, Nonlinear Analysis i Journal of Mathematical Analysis and Applications.

Przedstawione do oceny osiągnięcie naukowe pod tytułem *Rozwiązania równań całkowych typu Volterry i Hammersteina oraz nieskończonych układów tych równań* to cykl siedmiu powiązanych tematycznie publikacji, które w materiałach habilitantki noszą numery [H1]–[H7]. W pięciu z nich jednym ze współautorów jest Józef Banaś. Profesor Banaś jest wybitnym specjalistą tematyki dotyczącej zastosowań miar niezwartości i wokół niego powstała na Politechnice Rzeszowskiej grupa badawcza, do której należy dr Agnieszka Chlebowicz. Warto jednak podkreślić, że habilitantka ma w swim dorobku publikacje samodzielne, w tym artykuły [H4] i [H6]. Jeśli chodzi o wspólne publikacje, to z załączonych w dokumentacji oświadczeń współautorów wynika, że jej wkład w pracach napisanych z prof. Banasiem został oszacowany na 60%. Prace [H5] i [H7] mają troje autorów i w ich przypadku współudział habilitantki został oszacowany odpowiednio na 45% i 50%.

W pracach [H1]–[H7] wykazano szereg twierdzeń o istnieniu rozwiązań równań całkowych Volterry, Volterry-Hammersteina i nieskończonych układów takich równań. Z uwagi na liczne zastosowania tych równań, ich teoria jest intensywnie rozwijana, przy czym w badaniach tych stosowane są różnorodne metody. Badania habilitantki są więc dobrze umotywowane i mieszczą się w ważnym nurcie współczesnej matematyki. W omawianych pracach stosowane są metody analizy funkcjonalnej, w szczególności teorii punktów stałych.

Najwcześniejszymi pracami zaliczonymi do osiągnięcia naukowego są prace [H1], [H2] z 2009 roku. Rozważane są w nich dwa warianty nieliniowego równania całkowego Volterry. W [H1] jest to równanie postaci

$$x(t) = p(t) + \int_0^t v(t, s, x(s))ds,$$

zaś w [H2] równanie postaci

$$x(t) = f_1\left(t, \int_0^t k(t,s)f_2(s, x(s))ds\right).$$

Udowodniono, że przy odpowiednio dobranych założeniach rozważane równanie ma co najmniej jedno rozwiązanie $x \in L^1(\mathbb{R}_+)$. Schematy dowodów w [H1] i [H2] są podobne. Używa się w nich miary słabej niezwartości μ w przestrzeni $L^1(\mathbb{R}_+)$ dobranej tak, by operator F związany z rozważanym równaniem spełniał warunek kontrakcyjności $\mu(FX) \leqslant q\mu(X)$, gdzie $q < 1$, dla dowolnego niepustego podzbioru X pewnej kuli B_r w przestrzeni $L^1(\mathbb{R}_+)$. Korzystając z tego warunku konstruuje się domknięty, wypukły i słabo zwarty zbiór niezmienniczy dla F i używając twierdzenia Schaudera wnioskuje, że F ma w tym zbiorze punkt stały. Jest to szukane rozwiązanie równania. Idea dowodów jest więc łatwa do streszczenia, ale ich poszczególne kroki wymagają użycia wielu szczegółowych, nietrywialnych argumentów głównie o charakterze technicznym. Warto podkreślić, że mimo oczywistego podobieństwa prac [H1] i [H2] wyniki w nich uzyskane są od siebie niezależne.

Pozostałe prace [H3]–[H7] pochodzą z lat 2019–2022 i dotyczą problemu rozwiązalności nieskończonych układów nieliniowych równań całkowych typu Volterry-Hammersteina. Najogólniejsza postać takiego układu to

$$x_n(t) = a_n(t) + f_n(t, x_1(t), x_2(t), \dots) \int_0^t k_n(t,s)g_n(s, x_1(s), x_2(s), \dots)ds$$

dla $t \in \mathbb{R}_+$, $n = 1, 2, \dots$.

Również w przypadku tego cyklu prac dowody głównych twierdzeń prowadzone są według pewnego ogólnego schematu. Rozważany układ równań interpretuje się jako jedno równanie z niewiadomą funkcją $x(t) = (x_n(t))$ z przestrzeni $BC(\mathbb{R}_+, E)$ wszystkich funkcji ciągłych i ograniczonych na półosi $\mathbb{R}_+$ o wartościach w nieskończenie wymiarowej ciągowej przestrzeni Banacha E. W pracy [H3] przestrzenią E jest c_0, w pracach [H4] i [H6] $E = l_1$, zaś w pracach [H5] i [H7] $E = l_\infty$. Istotnym krokiem dowodowym jest skonstruowanie miary niezwartości μ w przestrzeni $BC(\mathbb{R}_+, E)$ tak, by operator F związany z rozważanym równaniem spełniał założenia uogólnionego twierdzenia Darbo o punkcie stałym, a więc był ciągły i spełniał warunek kontrakcyjności ze stałą mniejszą niż 1. Stosując twierdzenie Darbo otrzymujemy punkt stały operatora F, który daje rozwiązanie układu równań całkowych. Trzeba jednak podkreślić, że dowody są technicznie skomplikowane, co wynika m.in. z rozważania półosi $\mathbb{R}_+$ jako dziedziny funkcji. Inna komplikacja związana jest z miarami niezwartości. O ile dla przestrzeni c_0 i l_1 znane są proste wzory na miarę Hausdorffa niezwartości, co jest dobrym punktem wyjścia do skonstruowania pożądanej miary μ, to w ogólnym przypadku konstrukcja takiej miary wymaga dużej pomysłowości. Dodatkowo w twierdzeniu z pracy [H7] otrzymuje się rozwiązanie $x(t) = (x_n(t))$ z przestrzeni $BC(\mathbb{R}_+, l_\infty)$, które jest jednostajnie ciągłe na $\mathbb{R}_+$ i dąży w nieskończoności do granicy będącej elementem przestrzeni l_∞. Argumenty użyte w dowodach pokazują rozległą wiedzę habilitantki w zakresie analizy funkcjonalnej i biegłość w operowaniu technikami teorii miar niezwartości i teorii punktów stałych.

Mimo wielu analogii w pracach [H3]–[H7], wyniki zamieszczone w kolejnych artykułach są od siebie niezależne i każdy z nich ma istotną wartość. W niektórych pracach oraz w autoreferacie pojawiają się co prawda uwagi, że wyniki z prac późniejszych są uogólnieniami twierdzeń z poprzednich artykułów. Z powodu różnic w założeniach twierdzeń z poszczególnych prac nie wydaje się jednak, aby którekolwiek z nich było wnioskiem z wyników późniejszych. Warto jeszcze podkreślić, że w każdej z prac jest co najmniej jeden przykład ilustrujący udowodnione w niej twierdzenie.

Oprócz prac [H1]–[H7] dr Agnieszka Chlebowicz ma w swoim dorobku naukowym pięć publikacji z lat 2014–2018 o tematyce zbliżonej do tematyki osiągnięcia habilitacyjnego. Cztery z nich zawierają oryginalne wyniki dotyczące istnienia rozwiązań różnych rodzajów równań całkowych: równania Volterry-Wienera-Hopfa, kwadratowego równania całkowego Fredholma i równań Erdély'ego-Kobera. Podstawowym narzędziem w ich dowodach są twierdzenia o punktach stałych. O rozległej wiedzy habilitantki w zakresie omawianej tematyki świadczy obszerna, bo licząca 50 stron praca o charakterze przeglądowym *Measures of weak noncompactness and fixed points*, napisana wspólnie z M.-A. Taoudim, która ukazała się w 2017 roku.

Osobna część dorobku naukowego dr Agnieszki Chlebowicz to jej cztery najwcześniejsze publikacje z lat 2001–2006. Ich tematyka jest związana z rozprawą doktorską i dotyczy form, czyli wielomianów jednorodnych n-zmiennych dużego stopnia. Rozważany był w szczególności problem jednoznaczności przedstawienia formy stopnia $d \geqslant 3$ w postaci sumy potęg form liniowych. Inny problem dotyczył grup automorfizmów form. Dla danej formy n-zmiennych f nad ciałem K jej automorfizmem nazywamy taki automorfizm ϕ przestrzeni liniowej K^n, dla którego

$$f(X_1, \ldots, X_n) = f(\phi(X_1, \ldots, X_n))$$

dla dowolnego $(X_1, \ldots, X_n) \in K^n$. Wynik uzyskany przez dr Agnieszkę Chlebowicz pokazuje, że dowolna grupa rzędu $2n$ zawierająca centralną inwolucję jest izomorficzna z grupą automorfizmów pewnej formy stopnia 8. W pracy z tym wynikiem został on zilustrowany na przykładzie grupy kwaternionów i ciała liczb wymiernych.

Dr Agnieszka Chlebowicz była czterokrotnie nagradzana nagrodą Rektora Politechniki Rzeszowskiej za publikacje naukowe. W latach 2000–2018 uczestniczyła z referatami w 9 konferencjach naukowych, z których 7 to konferencje międzynarodowe, odbywające się w Polsce, Armenii, Grecji, USA i Słowacji. Na dwóch z tych konferencji: we Wrocławiu i Erywaniu organizowała sekcje tematyczne. Była przewodniczącą komitetu organizacyjnego międzynarodowej konferencji *Methods of Nonlinear Analysis in Differential and Integral Equations*, która odbyła się w Rzeszowie w 2021 roku. W 2022 roku odbyła krótki staż badawczy w Instytucie Matematyki Uniwersytetu w Würzburgu. Była promotorem pomocniczym w przewodzie doktorskim przeprowadzonym w Uniwersytecie Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie. Jej aktywność w środowisku naukowym w Polsce i na arenie międzynarodowej zasługuje więc na pozytywną ocenę.

Pozytywnie ocenić należy również działalność dydaktyczną i organizacyjną dr Agnieszki Chlebowicz. Jest ona współautorką skryptu *Repetytorium z algebry liniowej* wydanego przez Oficynę Wydawniczą Politechniki Rzeszowskiej. Była członkiem Rady Wydziału Matematyki i Fizyki Stosowanej Politechniki Rzeszowskiej oraz Prodziekanem ds. kształcenia na tym wydziale.

Oceniając dorobek naukowy dr Agnieszki Chlebowicz po doktoracie uważam, że stanowi on znaczny wkład w rozwój teorii miar niezwartości i równań całkowych. W oparciu o rozległą wiedzę z zakresu analizy funkcjonalnej habilitantka rozwinęła metody dowodzenia istnienia rozwiązań równań całkowych i ich nieskończonych układów. W mojej opinii przedstawione osiągnięcie naukowe i pozostały dorobek dr Agnieszki Chlebowicz spełnia wymagania zawarte w art. 219 ustawy z 20 lipca 2018 r. *Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce*.

S Rus