

## Recenzja wniosku habilitacyjnego dr Agnieszki Chlebowicz

Dr Agnieszka Chlebowicz pracuje na Wydziale Matematyki i Fizyki Stosowanej Politechniki Rzeszowskiej. Dyplom magistra matematyki otrzymała w 1995 r. na Wydziale Matematyczno-Przyrodniczym Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Rzeszowie. Tytuł pracy magisterskiej brzmiał „Grupy wolne”. Stopień doktora uzyskała w 2004 roku na Wydziale Matematyki, Fizyki i Chemii Uniwersytetu Śląskiego, na podstawie pracy „Formy wyższych stopni nad ciałami uporządkowanymi.” Jej promotorem był dr hab. Andrzej Śladek, prof. UŚ.

Dr Chlebowicz w okresie 1994-2012 pracowała w Katedrze Matematyki Politechniki Rzeszowskiej, w latach 2007-2012 łącząc to z zatrudnieniem w Instytucie Inżynierii Technicznej Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej w Jarosławiu, na stanowisku starszego wykładowcy. Od 2016 jej miejscem pracy jest Katedra Analizy Nieliniowej Politechniki Rzeszowskiej, gdzie jest adiunktem, a w latach 2020-2021 była profesorem uczelni.

Jako osiągnięcie habilitacyjne dr Chlebowicz zgłosiła cykl artykułów zatytułowany „Rozwiązania równań całkowych typu Volterra i Hammersteina oraz nieskończonych układów tych równań”. Jest to 7 prac, w tym dwie samodzielne, współautorem pięciu jest Józef Banaś, a ponadto Weronika Woś oraz Mohamed-Aziz Taoudi jednokrotnie występują jako współautorzy. Zgodnie z oświadczeniami wkład Agnieszki Chlebowicz w powstanie tych artykułów jest nieco większy (60% w pracach dwuautorskich) niż wynika to z liczby autorów. Dwie prace zostały opublikowane w 2009 r, pozostałe znacznie później, w latach 2019-2022.

Wspomniany cykl jest jednorodny tematycznie. Głównym wątkiem są równania całkowe typu Volterra oraz nieskończone układy równań nieliniowych typu Volterra-Hammersteina. Istnienie rozwiązań uzyskuje się stosując twierdzenia o punkcie stałym, a założenia tych twierdzeń weryfikuje się m. in. w oparciu o własności pewnych miar niezwartości. Same miary niezwartości także są przedmiotem badań. Równania całkowe są klasycznym tematem o długiej historii, nadal powszechnie badanym ze względu na różnorodne zastosowania w modelowaniu wielu zjawisk.

Omówię teraz krótko poszczególne artykuły. Pierwszy [H1] ukazał się w renomowanym Bull. Lond. Math. Soc. (2009). Nieliniowe równanie Voltery rozważane jest na półosi dodatniej. Funkcja występująca w równaniu pod całką jest kontrolowana przez funkcję spełniającą warunki Caratheodory'ego i taką, że generowany przez tę ostatnią liniowy operator Voltery odwzorowuje przestrzeń funkcji całkowalnych w siebie i spełnia dodatkowe oszacowanie. Wtedy istnieje rozwiązanie równania. Przyjęte założenia, konstrukcja miary słabej niezwartości i dość żmudne szacowanie pozwalają zastosować twierdzenie Schaudera o punkcie stałym, które daje wspomniane rozwiązanie. Artykuł kończą przykłady konkretnych równań, gdzie dane funkcje są mierzalne ale nieciągłe, a powyższe twierdzenie można zastosować.

Kolejny artykuł [H2], opublikowany w Nonlinear Analysis, rozważa nieco inne równanie całkowe z podobnymi założeniami i podobną metodą dowodową. Autorzy wskazują kilka prac, których wyniki ich główne twierdzenie uogólnia i podają kolejne przykłady konkretnych równań dla których ono pracuje. Jest to najczęściej cytowany (22 razy, bez cytowani autorskich wg MathSciNet) artykuł Habilitantki.

Pozostałe prace powstały po 10 letniej przerwie i rozwiązywane są w nich przeliczalne układy kwadratowych równań nieliniowych typu Voltery-Hammersteina. To odpowiada szukaniu rozwiązań w przestrzeni Banacha ciągłych funkcji ograniczonych na półosi dodatniej o wartościach leżących w przestrzeniach ciągów, w [H3] w przestrzeni ciągów zbieżnych do zera. W [H3] (Banach J. Math. Anal.) autorzy po raz pierwszy konstruują miary niezwartości na funkcyjnych przestrzeniach Banacha, a następnie uzyskują pewne wzory dla takich miar w przypadku wspomnianej przestrzeni ciągów. Te konstrukcje i wzory służą na końcu do wykazania, że założenia twierdzenia o punkcie stałym typu Darbo są spełnione dla nieskończonego układu kwadratowych równań nieliniowych typu Voltery - Hammersteina o ile długa seria warunków na ten układ zachodzi. Wtedy twierdzenie Darbo daje istnienie rozwiązania układu równań. Pracę kończy przykład układu dla którego można zastosować główne twierdzenie.

[H4] opublikowany w Adv. Nonlinear Anal. jest jedno-autorski. Autorka uogólnia poprzedni rezultat w ten sposób, że docelowa przestrzeń Banacha jest teraz mniejsza, obejmuje ciągi, których szeregi są bezwzględnie zbieżne. To wiąże się z kolejną konstrukcją miary niezwartości na tej nowej przestrzeni. Reszta przebiega podobnie jak powyżej i otrzymujemy nowy przykład rozwiązywalnego układu.

W [H6] (Electronic Journal of Differential Equations), także jedno-autorskim, znajdujemy uogólnienie poprzedniego wyniku dopuszczające bardziej ogólną postać funkcji po prawej stronie równania. Dowód jest długi, ale nadal jest to ta sama metoda z pewnymi modyfikacjami.

W [H5] (Journal of Mathematical Analysis and Applications) autorzy podają konstrukcję trzech miar niezwartości w przestrzeni funkcji ciągłych, ograniczonych na półosi rzeczywistej o wartościach w przestrzeni Banacha  $B$  o ile miara niezwartości na  $B$  jest dana. Ponadto dowodzą nierówności pomiędzy tymi miarami oraz kilka ich własności. Następnie w sytuacji kiedy  $B$  jest przestrzenią ciągów ograniczonych wyprowadzone są pewne wzory na te miary niezwartości. Zostają one zastosowane znowu do pokazania istnienia rozwiązania (jednostajnie ciągłego) układu równań nieliniowych typu Voltery – Hammersteina, tym razem o wartościach w tej ostatniej przestrzeni Banacha.

Ten ostatni wynik uściślono w [H7] (J. Appl. Anal. Comput.) wykazując zbieżność tego rozwiązania w nieskończoności.

Moja ocena osiągnięcia habilitacyjnego. Zauważmy, że duży udział w powstaniu tego dorobku miał prof. Banaś, ale zgodnie z oświadczeniami wkład Habilitantki jest istotny. Prace te wskazują, że oboje autorzy są niewątpliwie ekspertami w zastosowaniu miar niezwartości do dowodów istnienia rozwiązań równań Volterra i układów równań nieliniowych Volterra-Hammersteina. Dowody te są dalece nietrywialne, podobnie jak przykłady rozwiązywanych równań. Konstrukcje miar niezwartości i zastosowania odpowiednich twierdzeń o punktach stałych wymagały trudnych technicznie oszacowań. Z drugiej strony można odnieść wrażenie, że otrzymujemy rozwiązania tych równań lub układów dla których metoda pracuje, a nie tych które warto byłoby rozwiązać np. ze względu na zastosowania. Równania muszą spełniać długą listę założeń (ok. dziesięciu). O ile dobrze jest jeśli cykl habilitacyjny jest spójny, to w tym przypadku określiłbym go jako zbyt jednostajny, szczególnie w zakresie metod. Artykuły ukazały się w dobrych lub średnich czasopismach z listy WOS. Jedno ma bardzo wysoki współczynnik wpływu, ale to raczej źle świadczy o tym wskaźniku. Mimo kilku uwag krytycznych uważam, że osiągnięcie habilitacyjne spełnia wymagania stawiane takim pracom.

Na pozostały dorobek składają się 4 prace z algebry liniowej powstałe w okresie studiów doktoranckich i niedługo po nich oraz 4 późniejsze artykuły dotyczące równań całkowych, w szczególności równania Erdélyi'ego-Kobera. Są to publikacje w dolnych rejonach listy WOS.

Baza MathSciNet notuje 66 cytowań artykułów dr Agnieszki Chlebowicz, w tym 42 nie pochodzące od współautorów prac. Indeks H = 5. To oznacza, że prace mają oddźwięk w środowisku.

Współpraca międzynarodowa Habilitantki była skromna. Ma kilka wspólnych artykułów z zagranicznymi autorami, ale wg autoreferatu odbyła tylko jedną krótką wizytę z wykładem seminaryjnym w Niemczech oraz kilka wyjazdów na konferencje.

W Autoreferacie nie ma informacji o udziale w grantach.

Działalność dydaktyczną i organizacyjną można ocenić dobrze. Poza standardową dydaktyką Habilitantka m. in. prowadziła wykłady i warsztaty dla uczniów szkół średnich. Była promotorem pomocniczym w jednym przewodzie doktorskim. Pełniła funkcję prodziekana ds. kształcenia.

**KONKLUZJA.** W mojej opinii, rozprawa habilitacyjna i pozostały dorobek naukowy doktor Agnieszki Chlebowicz w dostatecznym stopniu spełniają warunki stawiane przez ustawę „Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce”. Najistotniejsze kryterium, czyli wpływ na dyscyplinę jest tutaj spełnione, natomiast niektóre dodatkowe, jak współpraca międzynarodowa, w stopniu minimalnym. To jest pewnie związane z tym, że kariera Habilitantki „meandrowała” przechodząc przez okres dydaktyki w dwóch ośrodkach naraz. Bardzo pozytywnie oceniam powrót do pracy badawczej, który nastąpił potem.

Sławomir Kołodziej

