Mgr inż. Marek Wocial
Studium Doktoranckie Kolegium Analiz Ekonomicznych
Szkoły Głównej Handlowej

Model wpływu nierówności na wzrost gospodarczy

WPROWADZENIE

Wzrost gospodarczy od wielu lat skupia na sobie uwagę ekonomistów, naukowców i polityków. Większość badaczy próbuje poprzez budowę modeli ekonomicznych odnaleźć podstawowe czynniki określające jego źródła oraz determinujące jego szybkość. Główny nurt teorii wzrostu gospodarczego oparty został na badaniu zachowania reprezentatywnego agenta. Przy założeniu identyczności agentów, analiza modelowanej gospodarki jest łatwiejsza, ale jednocześnie pomija interesujący i być może znaczący czynnik ograniczający wzrost, jakim są nierówności. Pomimo że znaczenie nierówności społecznych w ekonomii było przedmiotem wielu badań empirycznych, ekonomiści traktowali je zwykle jako wynik pewnych procesów gospodarczych i bardzo rzadko zajmowali się badaniem wpływu, jaki mogą one mieć na stopę wzrostu gospodarczego.

Podstawowym celem prezentowanego modelu jest zbadanie wpływu nierówności społecznych na stopę wzrostu gospodarczego, gdyż pomimo stosunkowo dużej liczby teorii nie powstała jeszcze taka, która jednoznacznie wyjaśniałaby tę relację. Punktem wyjściowym analizy jest model opracowany przez M. Doepke i D. de la Croixa[1]. Prezentowany w pracy model zależności pomiędzy nierównościami społecznymi a wzrostem gospodarczym został wykalibrowany na przykładzie danych charakteryzujących gospodarkę polską. Jako podstawowy miernik nierówności wykorzystany został współczynnik GINI, określający nierówności w redystrybucji dochodu narodowego. W modelu tym podstawowymi czynnikami wiążącymi nierówności społeczne i stopę wzrostu gospodarczego jest zróżnicowanie rodności i akumulacja kapitału ludzkiego. Prezentowany system unifikuje wiele dotychczasowych teorii w jedną, zgodną z wynikami badań empirycznych. Wyniki symulacji numerycznych modelu dają odpowiedź na py-

[1] M. Doepke M., D. de la Croix, *Inequality and Growth: Why Differential Fertility Matters*, UCLA working paper, 2001.

tanie zarówno o kierunek zależności pomiędzy indeksem GINI a stopą wzrostu gospodarczego, jak i przybliżoną jej siłę. Wieloetapowe symulacje numeryczne pozwoliły natomiast na zbadanie wpływu nierówności społecznych na stopę wzrostu gospodarczego w długim okresie.

Pierwsza część pracy obejmuje swoim zakresem krótką charakterystykę dotychczasowego dorobku teorii wzrostu w zakresie badań interakcji pomiędzy nierównościami społecznymi i wzrostem gospodarczym. Druga część prezentuje model zależności pomiędzy nierównościami społecznymi a wzrostem gospodarczym, oparty na akumulacji kapitału ludzkiego i zróżnicowaniu rodności. Ostatnia część pracy zawiera wyniki symulacji numerycznych modelu przeprowadzonych w oparciu o dane pochodzące z gospodarki polskiej oraz wnioski z nich wynikające.

KRÓTKI PRZEGLĄD PODSTAWOWYCH NURTÓW TEORII WZROSTU W ZAKRESIE MODELOWANIA WPŁYWU NIERÓWNOŚCI SPOŁECZNYCH NA WZROST GOSPODARCZY

Jedynym do lat 90. znanym autorowi modelem, którego zadaniem było wyjaśnienie relacji pomiędzy rozwojem gospodarczym i nierównościami społecznymi był model S. Kuznetsa[2]. Teoria ta, oparta na dwusektorowości gospodarki, powstała niejako na uboczu głównego nurtu teorii wzrostu gospodarczego i pokazywała jedynie mechanizm determinujący wpływ rozwoju gospodarczego na poziom nierówności społecznych. Pomimo faktu, że hipoteza Kuznetsa wydawała się być przekonująca, została odrzucona przez większość ekonomistów.

Dopiero w latach 90. XX wieku powstało kilka grup modeli prezentujących kanały, którymi nierówności mogą wpływać na wzrost gospodarczy. Pierwsza grupa tych modeli, wiążąca nierówności społeczne ze wzrostem gospodarczym poprzez politykę gospodarczą[3], oparta jest na hipotezie znanej w literaturze jako *„median voter theory"*. Modele te nie są jednak spójne z wynikami badań empirycznych, gdyż większość z nich wskazuje na negatywny związek nierówności ze stopą podatków. Innym problemem jest założenie o zniechęcającym działaniu podatku, którego siła w powyższym zakresie nie została dokładnie określona.

Kolejnymi kanałami, poprzez które nierówności mogą wpływać na stopę wzrostu gospodarczego, są niedoskonałości rynku kapitałowego[4] i konflikty spo-

---

[2] S. Kuznets, *Economic growth and income inequality*, „American Economic Review", XXXXV (1955), s. 1–28.

[3] A. Alesina, D. Rodrik D., *Distributive Politics And Economic Growth*, „The Quarterly Journal of Economics", 109, 1994, s. 465–489.

[4] O. Galor, J. Zeira, *Income Distribution and Macroeconomics*, „Review of Economic Studies", 60, 1993, s. 35–52.

łeczne[5]. Pierwszy zakłada istnienie pewnego granicznego poziomu dochodu, przy którym agenci mogą pozwolić sobie na np. ubezpieczenie ryzykownego, ale zyskownego przedsięwzięcia. Innymi słowy, biedni ludzie nie mają szans wykorzystać pełni swoich możliwości, co skutkuje redukcją tempa rozwoju gospodarczego. Drugi kanał opiera się na założeniu, że wzrost nierówności społecznych przyczynia się do niestabilności politycznej i gospodarczej powodowanej wzrostem poziomu konfliktów społecznych. W takiej sytuacji wzrastające napięcia społeczne i polityczna niestabilność prowadzą nie tylko do obniżenia poziomu inwestycji, ale także do wzrostu poziomu przemocy. P. Fajnzybler[6] potwierdził, że poziom przemocy jest istotnie powiązany z nierównościami społecznymi. Niezgodnie jednak z przewidywaniami modelu, poziom przemocy wzrósł również w państwach, w których notuje się znaczny wzrost gospodarczy (Europa Wschodnia czy centralna Azja).

Wyniki badań empirycznych w zakresie wpływu nierówności na stopę wzrostu gospodarczego są często ze sobą sprzeczne. Bez trudu można znaleźć prace potwierdzające, jak i zaprzeczające istnieniu statystycznie istotnej zależności pomiędzy nierównościami społecznymi a wzrostem gospodarczym. Istnieje jednak możliwość, że sytuacja jest analogiczna do tej, z jaką badacze mieli do czynienia podczas badania hipotezy zbieżności opartej na modelu Solowa. Prawdopodobne jest, że w przypadku oparcia badań na danych pochodzących z gospodarek podobnych znajdziemy potwierdzenie negatywnego wpływu poziomu nierówności na stopę wzrostu gospodarczego. Potwierdzenie powyższej hipotezy można znaleźć w pracy R. Benabou[7]. Według niego to właśnie ogromna, bo wynosząca aż 17 punktów procentowych, różnica we współczynniku GINI pomiędzy Koreą Południową a Filipinami w latach 60. przyczyniła się do trzykrotnej różnicy średniego tempa wzrostu gospodarczego w ciągu kolejnych 25 lat pomiędzy tymi krajami.

Poza faktem, że większość modeli wzrostu gospodarczego nie brała pod uwagę nierówności społecznych, modele te często nie uwzględniały również wielu innych zmiennych, które charakteryzują rzeczywiste społeczeństwo, np. egzogenicznej rodności. Pojawiła się zatem konieczność stworzenia modelu niejako unifikującego wiele dotychczasowych teorii w jedną, poprzez uwzględnienie w jednym modelu zarówno nierówności pomiędzy agentami, jak i endogenicznej rodności. Pierwszy taki model wzrostu gospodarczego zostanie zaprezentowany w dalszej części pracy.

---

[5] A. Alesina, R. Perotti, *Income Distribution, Political Instability, and Investment*, „European Economic Review", 40(6), 1996, s. 1203–1228.

[6] P. Fajnzybler, D. Lederman, N. Loayaza, *Determinants of Crime in Latin America and the World*, A World Bank Latin America and Caribbean Viewpoints Series Paper, Washington, DC, 1998, World Bank.

[7] R. Benabou, *Inequality and Growth*, NBER Macroeconomics Annual, 1996, s. 11–74.

BADANIE M. DOEPKE I D. DE LA CROIXA[8]

Jedynym znanym autorowi modelem, pozwalającym badać wpływ nierówności społecznych na wzrost gospodarczy poprzez zróżnicowanie rodności, jest model M. Doepke i D. de la Croixa[9]. Model ten został wykorzystany do pomiaru siły wpływu nierówności społecznych na stopę wzrostu gospodarczego w USA. Autorzy potwierdzili negatywny wpływ nierówności społecznych na wzrost gospodarczy. Niestety kalibrując parametry założyli niesłusznie, że gospodarka USA od lat jest na ścieżce zrównoważonego wzrostu, czyli w świetle modelu nie występują tam nierówności społeczne. Takie podejście nie jest precyzyjne, gdyż dla rzeczywistego poziomu nierówności społecznych w USA, który mierzony współczynnikiem GINI wynosi około 0,35[10], otrzymali oni wzrost gospodarczy na poziomie około 1,26%, co jest wartością znacznie niższą niż średnioroczny, wynoszący około 2% wzrost rzeczywisty. Wynik ten nie podważa jednak wykrytego kierunku zależności pomiędzy współczynnikiem GINI a stopą wzrostu gospodarczego, wskazuje natomiast na konieczność dalszej rozbudowy modelu. Warto podjąć próbę kalibracji modelu M. Doepke i D. de la Croixa przy założeniu, że modelowana gospodarka nie znajduje się na ścieżce zrównoważonego wzrostu, wykorzystując w tym celu rzeczywisty rozkład kapitału w społeczeństwie.

STRUKTURA MODELU

Prezentowany model jest próbą wykazania słuszności podstawowej tezy pracy, która głosi, że wzrost nierówności społecznych, będący wynikiem nierówności w redystrybucji dochodu narodowego w państwie, obniża stopę wzrostu gospodarczego. Wpływ samych nierówności na wzrost gospodarczy nie jest jednak bezpośredni. Podstawową rolę odgrywają w tym zjawisku zróżnicowanie rodności i akumulacja kapitału ludzkiego. W obliczeniach numerycznych zostały uwzględnione podstawowe czynniki, odgrywające istotną rolę w modelach nowej teorii wzrostu gospodarczego, takie jak: akumulacja kapitału fizycznego i ludzkiego oraz endogeniczna rodność. Proponowany model pozwala również na modelowanie wzrostu gospodarczego w długim okresie.

Prezentowany model zależności pomiędzy nierównościami społecznymi a wzrostem gospodarczym w Polsce został oparty na modelu M. Doepke i D. de

---

[8] M. Doepke, D. de la Croix, *Inequality and Growth…*, *wyd. cyt*.

[9] Tamże.

[10] S. Knowles, *Inequality and Economic Growth. The Empirical Relationship Reconsidered in the Light of Comparable Data*, World Institute for Development Economics Research, November 2001.

la Croixa[11]. Jego kalibracja została jednak przeprowadzona tak, aby modelowana gospodarka przypominała gospodarkę polską, tzn. nie znajdowała się na ścieżce zrównoważonego wzrostu. Rozkład kapitału został dobrany tak, aby odpowiadać jego rzeczywistemu rozkładowi w społeczeństwie polskim.

Modelowana gospodarka oparta została na trójpokoleniowej strukturze społeczeństwa. Czas w modelu jest wielkością dyskretną. Wszelkie istotne decyzje agentów są podejmowane w okresie dorosłości. W okresie dzieciństwa agenci zdobywają wiedzę, natomiast w okresie starości konsumują jedynie zgromadzone dobra. W celu uproszczenia zapisu równań modelu przyjęto zasadę, że uzależnienie zmiennej od czasu obrazowane będzie indeksem t.

Niech c_t oznacza konsumpcję w okresie dorosłości, d_t konsumpcję w okresie starości, n_t liczbę dzieci posiadaną przez rodzica, natomiast h_t i h_{t+1} odpowiednio kapitał ludzki rodzica i dziecka. Funkcję użyteczności agenta przy założeniu logarytmicznej użyteczności możemy zapisać:

$$U = \ln(c_t) + \beta \ln(d_{t+1}) + \gamma \ln(n_t h_{t+1}), \tag{1}$$

gdzie $\beta > 0$ to współczynnik dyskontowy, natomiast $\gamma > 0$ jest miarą altruizmu rodziców względem dzieci.

Równania (2) i (3) przedstawiają ograniczenia budżetowe agentów w okresie dorosłości i starości. Pojawiające się tam zmienne oznaczają odpowiednio: w_t – płacę za jednostkę kapitału ludzkiego, e_t – edukację na jedno dziecko, s_t – oszczędności, R_{t+1} – stopę procentową. Zakładając, że daszek nad zmienną oznacza, iż mamy do czynienia z jej wartością przeciętną, $\overline{h}_t$ oznacza przeciętny kapitał ludzki. Parametr $\o$ jest ułamkiem czasu rodzica niezbędnym do wychowania jednego dziecka i spełnia w związku z tym warunek $\o \in (0,1)$.

$$c_t + s_t + e_t n_t w_t \overline{h}_t (1 - \o n_t) \tag{2}$$

$$d_{t+1} = R_{t+1} s_t \tag{3}$$

W ograniczeniu budżetowym (2) warto zwrócić uwagę na fakt, że czas poświecony wychowaniu dzieci nie jest dostępny na pracę zarobkową. Drugą istotną kwestią, o jakiej należy wspomnieć analizując to równanie, jest fakt, że to nauczyciele, których kapitał ludzki jest równy przeciętnemu kapitałowi ludzkiemu w społeczeństwie, a nie rodzice dostarczają edukacji.

Funkcja produkcji kapitału ludzkiego, będąca jednocześnie wzorem na kapitał ludzki dziecka jest następująca:

$$h_{t+1} = B(\theta + e_t)^{\eta} (h_t)^{\tau} \overline{h}_t^{(1-\tau)}, \tag{4}$$

gdzie θ jest parametrem niezbędnym, aby nawet wtedy, kiedy inwestycje rodziców w edukację dzieci są zerowe, kapitał ludzi dziecka pozostał dodatni, η jest elastycznością kapitału ludzkiego dzieci względem edukacji, natomiast τ jest elastycznością kapitału ludzkiego dziecka względem kapitału ludzkiego

[11] M. Doepke, D. de la Croix, *Inequality and Growth…*, *wyd. cyt.*

rodziców. B, $\theta > 0$ i η, $\tau \in (0,1)$. Funkcja produkcji w sektorze dóbr konsumpcyjnych oparta została na neoklasycznej formule Cobba-Douglassa:

$$Y_t = AK_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha}, \tag{5}$$

gdzie K_t oznacza zagregowany kapitał fizyczny, natomiast L_t to zagregowana podaż pracy.

Ponieważ podstawowym założeniem modelowanej gospodarki jest występowanie różnic pomiędzy agentami, należy zdefiniować rozkład, według którego dystrybuowany jest kapitał ludzki w społeczeństwie – $F_t(h_t)$. Zakładając, że P_t jest wielkością populacji, całkowita populacja ewoluuje wg wzoru (6). Rozkład kapitału ludzkiego w kolejnym okresie opisuje równanie (7), w którym $I(*)$ jest funkcją wskaźnikową.

$$P_{t+1} = P_t \int_0^{\infty} n_t dF_t(h_t), \tag{6}$$

$$F_{t+1}(\hat{h}) = \tfrac{P_t}{P_{t+1}} \int_0^{\infty} n_t I(h_{t+1} \le \hat{h}) dF_t(h_t). \tag{7}$$

Dzięki zdefiniowaniu rozkładu kapitału ludzkiego możemy określić przeciętny kapitał ludzki w społeczeństwie jako:

$$\bar{h}_t = \int_0^{\infty} h_t dF_t(h_t). \tag{8}$$

Ewolucję agregatów kapitału fizycznego i nakładu pracy opisują równania (9) i (10). Warto zauważyć, że czas poświęcony wychowaniu i edukacji dzieci nie jest dostępny w sektorze dóbr produkcyjnych.

$$K_{t+1} = P_t \int_0^{\infty} s_t dF_t(h_t), \tag{9}$$

$$L_t = P_t[\int_0^{\infty} h_t (1 - \phi n_t) dF_t(h_t) - \int_0^{\infty} e_t n_t \bar{h}_t dF_t(h_t)]. \tag{10}$$

Definiując relatywny kapitał ludzki jako nową zmienną $x_t \equiv \frac{h_t}{\bar{h}_t}$ można wyliczyć optymalne wartości zmiennych decyzyjnych modelu:

$$s_t = \frac{\beta}{1 + \beta + \gamma} w_t h_t, \tag{11}$$

$$e_t = \frac{\eta \phi x_t - \theta}{1 - \eta}, \tag{12}$$

$$n_t = \frac{(1-\eta)\gamma x_t}{(\phi x_t - \theta)(1 + \beta + \gamma)}. \tag{13}$$

Ze względu na fakt, że inwestycje w edukację nie mogą być ujemne, powyższe równanie jest prawdziwe tylko dla $x_t < \frac{\theta}{\phi\eta}$. Dla niższych wartości relatywnego kapitału ludzkiego:

$$e_t = 0, \tag{14}$$

$$n_t = \frac{\gamma}{\phi(1+\beta+\gamma)}. \tag{15}$$

Przy niskich poziomach kapitału ludzkiego rodność osiąga maksymalną granicę zgodną z wzorem (15). Przy bardzo wysokich wartościach kapitału ludzkiego granica minimalna rodności jest równa:

$$\lim_{x_t \to \infty} n_t = \frac{\gamma(1-\eta)}{\phi(1+\beta+\gamma)}. \tag{16}$$

ŚCIEŻKA ZRÓWNOWAŻONEGO WZROSTU

Zbadanie zachowania modelu w długim okresie wymaga wprowadzenia modyfikacji pozwalających na znalezienie stanu stacjonarnego. Oznaczając

$$k_t \equiv \frac{K_t}{L_t},\ g_t \equiv \frac{\bar{h}_{t+1}}{\bar{h}_t},\ N_t \equiv \frac{P_{t+1}}{P_t}$$

definiujemy nowe zmienne oznaczające odpowiednio: współczynnik kapitału do pracy, stopę wzrostu kapitału ludzkiego i stopę wzrostu populacji. Definiując dodatkowo rozkład relatywnego kapitału ludzkiego jako $G_t(x_t) \equiv F_t(x_t\bar{h}_t)$ możemy przekształcić równania modelu do następujących postaci:

$$N_t = \int_0^\infty n_t dG_t(x_t), \tag{17}$$

$$G_{t+1}(\hat{x}_t) = \frac{1}{N_t}\int_0^\infty n_t I(x_{t+1} \le \hat{x}) dG_t(x_t), \tag{18}$$

$$1 = \int_0^\infty n_t dG_t(x_t). \tag{19}$$

Zakładamy, że rynki są doskonale konkurencyjne, więc:

$$w_t = A(1-\alpha)k_t^{\alpha}, \tag{20}$$

$$R_t = A\alpha k_t^{\alpha-1}. \tag{21}$$

Liczbę dzieci przypadającą na rodzica jako funkcję relatywnego kapitału ludzkiego można wyrazić wzorem:

$$n_t = \min\left[\frac{(1-\eta)\gamma x_t}{(\phi x_t-\theta)(1+\beta+\gamma)}, \frac{\gamma}{\phi(1+\beta+\gamma)}\right] \tag{22}$$

Relatywny kapitał ludzki dziecka wynosi:

$$x_t = \frac{Bx_t^{\tau}}{g_t}\left(\theta + \max\left[0, \frac{\eta\phi x_t - \theta}{1-\eta)}\right]\right)^{\eta}. \tag{23}$$

Korzystając z zależności:

$$\frac{L_t}{P_t\bar{h}_t} = \int_0^{\frac{\theta}{\eta\phi}} \frac{(1+\beta)x_t}{1+\beta+\gamma} dG_t(x_t) + \int_{\frac{\theta}{\eta\phi}}^{\infty} \left(1-\gamma\,\frac{\phi(1-\eta)x_t + (\eta\phi x_t - \theta)}{(\phi x_t-\theta)(1+\beta+\gamma)}\right) x_t dG_t(x_t),$$

która po uproszczeniu daje $\frac{L_t}{P_t \bar{h}_t} = \frac{1+\beta}{1+\beta+\gamma}$ można otrzymać równanie ruchu kapitału na jednostkę pracy:

$$k_{t+1} = \frac{\beta}{1+\beta} \frac{1}{g_t N_t} A(1-\alpha) k_t^{\alpha}. \tag{24}$$

Równania (1) – (23) opisują kompletny model wpływu nierówności na stopę wzrostu gospodarczego. Mając dane początkowe: rozkłady kapitałów ludzkiego i fizycznego, wartości parametrów oraz początkową wielkość populacji, można uzyskać wszelkie pozostałe wartości zmiennych.

Korzystając z równań modelu można wykazać, że przy założeniu $\eta ø > \theta$ jednym z rozwiązań jest stan charakteryzowany przez brak nierówności pomiędzy agentami ($dG(1)$ =, czyli $x_t = x_{t+1} = 1$). Stopa wzrostu kapitału ludzkiego wynosi wtedy: $g = B(\frac{\eta(\phi-\theta)\gamma}{1-\eta})^{\eta}$, co implikuje następujące wartości stopy wzrostu populacji i wartość kapitału na jednostkę pracy:

$$N_t = n_t = \frac{(1-\eta)\gamma}{(\phi-\theta)(1+\beta+\gamma)}, \tag{25}$$

$$k_t = k_{t+1} = (\frac{A\beta(1+\beta+\gamma)(1-\alpha)(\phi-\theta)^{1-\eta}}{B\gamma(1+\beta)\eta^{\eta}(1-\eta)^{1-\eta}}). \tag{26}$$

Przy wspomnianym wcześniej założeniu $\eta ø > \theta$ symulacje numeryczne wykazują stabilność stanu stacjonarnego. Oznacza to, że obserwujemy zjawisko zbieżności modelu do stanu stacjonarnego po wprowadzeniu nierówności.

KALIBRACJA

Procedura kalibracyjna miała na celu jak najdokładniejsze upodobnienie modelowanej gospodarki do gospodarki polskiej. Poszczególne parametry zostały dobrane tak, aby dla rzeczywistych wartości: parametrów rozkładu kapitału, dochodów ludności oraz indeksu GINI model implikował prawidłową wartość wzrostu gospodarczego oraz pozostałych zmiennych wynikowych. Jako rok bazowy wybrany został rok 2002, kiedy wzrost gospodarczy w Polsce wg GUS wyniósł 1,3%. Rzeczywista wartość stopy wzrostu gospodarczego implikowała wartość g na ścieżce zrównoważonego wzrostu równą 1,9%, natomiast parametr *B* wyniósł 7,271.

Parametr θ został dobrany tak, aby udział wydatków na edukację w stosunku do produktu w modelu był zgodny z udziałem wydatków na edukację w stosunku do PKB w Polsce. Z danych publikowanych przez GUS wynika, że wydatki publiczne na edukację przekraczają w Polsce 4%. Badania budżetów gospodarstw domowych wskazują, że wydatki prywatne na edukację przekraczają 2%. Na potrzeby kalibracji wybrano więc stosunek wydatków na edukację do PKB na poziomie 7%. Warto zauważyć, że minimalnie większy odsetek bierze pod uwagę nie tylko samą wartość wydatków na edukację, ale także część wydatków na kulturę, które mogą podnosić poziom wykształcenia społeczeństwa, a które nie zostały uwzględnione w modelu.

Obserwując dane demograficzne dotyczące krajów europejskich zauważymy, że stopa wzrostu populacji jest w przybliżeniu równa zeru. Ta właściwość dotyczy również gospodarki polskiej i została wykorzystana do wykalibrowania wartości parametru γ. Odpowiadające zerowej wartości wzrostu populacji na ścieżce zrównoważonego wzrostu wartość γ wyniosła 0,233.

Podczas kalibracji przyjęto, że jednostka czasu to 30 lat. α, czyli elastyczność produktu względem kapitału fizycznego przyjęto na standardowym dla większości neoklasycznych modeli poziomie wynoszącym 1/3. Na podstawie danych o maksymalnym zróżnicowaniu rodności pomiędzy kobietami wykształconymi i niewykształconymi, które dla Brazylii wynosi około 2.74 (źródło: dane GUS) i korzystając ze stosunku wzorów (15) i (16), otrzymujemy $\eta = 0{,}635$. Na podstawie obliczeń J. Knowlesa[12], który sugeruje, że rodzic poświęca na wychowanie jednego dziecka około 15% swojego czasu, można uzyskać parametr $\o = 0{,}075$ (przy założeniu, że dziecko pozostaje z rodzicami 15 lat). Współczynnik dyskontowy β przyjęto na poziomie sugerowanym przez literaturę realnego cyklu koniunkturalnego, tj. 0,99 na kwartał, co daje $\beta = 0{,}99^{120}$.

W celu modelowania nierówności społecznych przyjęto, że rozkład kapitału będzie zadany rozkładem lognormalnym. Jest to rozkład stosunkowo często używany do modelowania rozkładów dochodów społeczeństwa (por np.: Xavier Sala-i-Martin (2002)). Parametrem wpływającym na poziom nierówności społecznych podczas symulacji numerycznych było odchylnie standardowe rozkładu. Wartość średnia rozkładu była natomiast dobierana tak, aby wartość średnia kapitału ludzkiego w społeczeństwie zawsze wynosiła 1. Wartość parametru τ na potrzeby modelu przyjęto na poziomie 0,2.

WYNIKI I WNIOSKI

W świetle modelu wyróżnić można dwa główne kanały, poprzez które nierówności wpływają na obniżenie stopy wzrostu gospodarczego. Pierwszy związany jest z wklęsłością funkcji produkcji kapitału ludzkiego (wzór 4). Nierówno-

[12] J. Knowles, *Can Parental Decisions Explain U.S. Income Inequality?*, working parer, University of Pennsylvania, 1999.

ści społeczne wiążą się ściśle z nierównościami w kapitale ludzkim, a te, poprzez wcześniej wspomnianą własność funkcji produkcji kapitału ludzkiego obniżają przeciętny kapitał ludzki w kolejnym okresie. Ponieważ pierwsza pochodna edukacji (wzór 12) i liczby dzieci (wzór 13) po relatywnym kapitale ludzkim jest odpowiednio dodatnia i ujemna, oznacza to, że agenci z wysokim kapitałem ludzkim inwestują więcej w edukację dzieci i jednocześnie posiadają ich mniej. Drugi kanał wpływu nierówności na wzrost gospodarczy wiąże się ściśle z tym faktem. Zróżnicowanie rodności w społeczeństwie powoduje, że w kolejnym okresie zwiększa się odsetek agentów słabiej wykształconych, co w konsekwencji dalej obniża wzrost gospodarczy.

Przeprowadzenie szeregu symulacji numerycznych dla różnych wartości odchylenia standardowego początkowego rozkładu kapitału ludzkiego pozwoliło na określenie funkcyjnej zależności pomiędzy współczynnikiem GINI i stopą wzrostu gospodarczego. Wybrane wyniki analiz prezentowane są w tabeli 1 i na wykresie 1. Przy założeniu coraz większych odchyleń standardowych rozkładu kapitału ludzkiego obserwujemy coraz większe spadki stopy wzrostu gospodarczego, liczone zarówno jako stopa wzrostu kapitału ludzkiego, jak i w oparciu o kapitał fizyczny.

Tabela 1

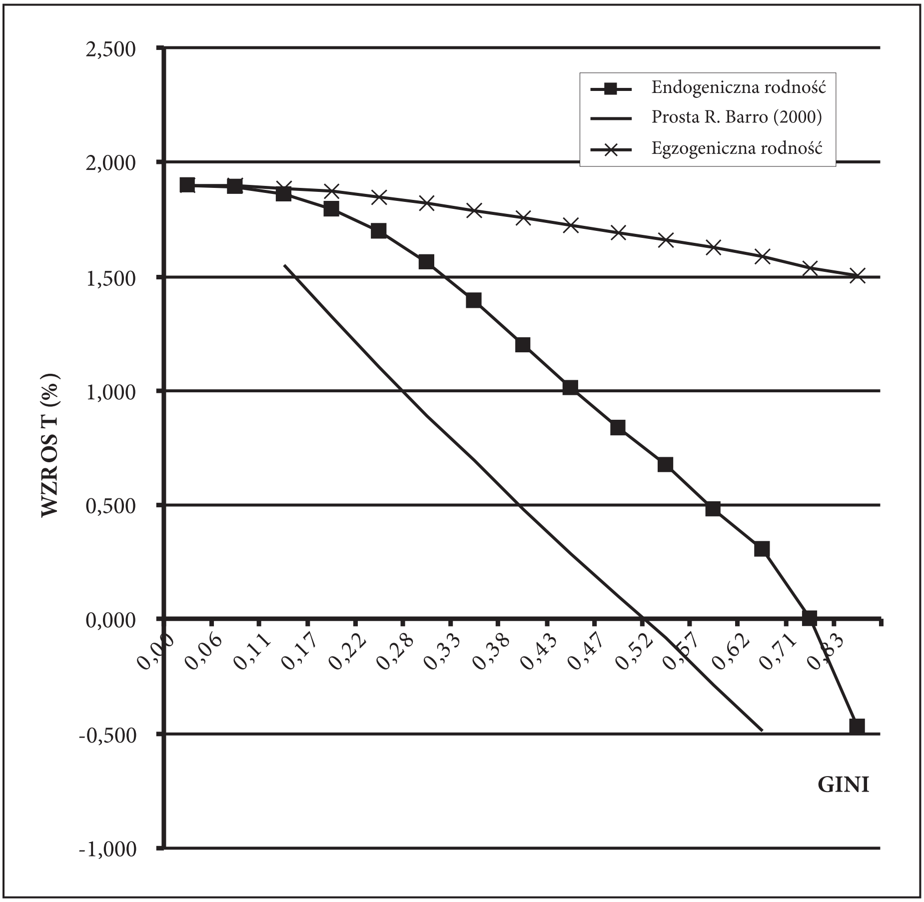
Skrócone zestawienie wybranych wyników symulacji numerycznych.

σ	Endogeniczna rodność					Egzogeniczna rodność				
	g_0	gk_0	N_0	I_0	D_0	g_0	gk_0	N_0	I_0	D_0
0,1	1,89%	1,90%	0,01%	0,056	0,11	1,90%	1,90%	0%	0,055	0
0,5	1,56%	1,78%	0,30%	0,278	0,94	1,82%	1,85%	0%	0,274	0
0,7	1,20%	1,65%	0,64%	0,379	1,74	1,75%	1,80%	0%	0,377	0
1	0,67%	1,46%	1,14%	0,520	2,66	1,66%	1,74%	0%	0,518	0
1,5	0,00%	1,20%	1,71%	0,708	2,66	1,51%	1,64%	0%	0,706	0

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z gospodarki polskiej.

Wykres nr 1 pokazuje, jak kształtuje się relacja pomiędzy nierównościami społecznymi a wzrostem gospodarczym w oparciu o przedstawione badanie. Negatywny wpływ nierówności jest znacznie mniejszy, kiedy rodność w modelu jest egzogeniczna. Na wykresie (1) przedstawiona jest również zgodność wyników modelu z badaniami R. Barro[13], który stwierdził, że wzrost współczynnika GINI o 10 punktów procentowych zmniejsza roczną stopę wzrostu gospodarczego o 0,4%. Wyniki symulacji są zgodne z wynikami badań wskazujących na

[13] R. Barro, *Inequality and Growth in a Panel of Countries*, „Journal of Economic Growth" 2000, s. 5–32.



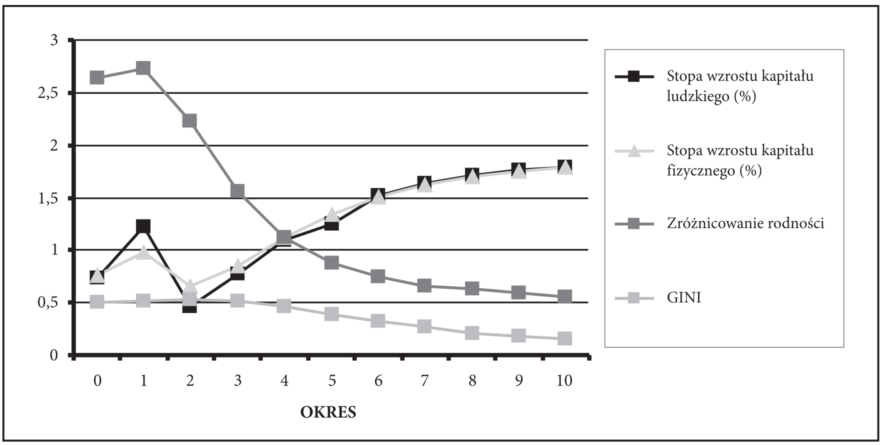
Wykres 1. Relacja pomiędzy nierównościami społecznymi i wzrostem gospodarczym.

Źródło: Opracowanie własne w oparciu o symulacje numeryczne.

duże znaczenie rodności w procesie modelowania zjawisk dotyczących rozwoju gospodarczego. Zależności w modelu potwierdzają wnioski wynikające z badań G. Beckera[14], który jako pierwszy zakładał, że rodzice dokonują wyborów pomiędzy liczbą dzieci a poziomem ich wykształcenia mierzonym kapitałem ludzkim. G. Becker podważył teorie egzogenicznej rodności, tworząc jednocześnie mikropodstawy „pułapek ubóstwa” w najbiedniejszych krajach świata.

[14] G. Becker, R. Barro, *A Reformulation of the Economic Theory of Fertility*, „Quarterly Journal of Economics”, vol. 103 February 1988, s. 1–25; G. Becker, R. Barro, *Fertility Choice in a Model of Economic Growth*, „Econometrica” 1989, vol. 57, s. 481–501; G. Becker, K. Murphy, R. Tamura, *Economic Growth, Human Capital, and Population Growth*, „Journal of Political Economy” 1990, vol. 98, no. 5, s. 12–36; G. Becker, E. Glaeser, K. Murphy, *Population and Economic Growth*, „The American Economic Review” 1999, vol. 89, no. 2 (May), s. 145–149.

Model jest zgodny z wynikami badań empirycznych R. Barro[15]. Wykazał on, na podstawie danych przekrojowych, istnienie wyraźnej zależności pomiędzy kapitałem ludzkim, mierzonym poziomem wykształcenia społeczeństwa, i rodnością. Również wg badań M. Kremera[16] istnieje wyraźna negatywna zależność pomiędzy kapitałem ludzkim i rodnością. Wynikiem tych badań jest potwierdzenie hipotezy, że kobiety lepiej wyedukowane mają mniej, ale za to lepiej wykształconych dzieci. Różnice pomiędzy rodnością kobiet wykształconych i tych z niskim kapitałem ludzkim, czyli zróżnicowanie rodności, pozostaje w świetle badań M. Kremera w silnym związku z indeksem GINI. Kraje ze stosunkowo dużymi nierównościami charakteryzują się ponadto dużą rodnością i niższą stopą wzrostu gospodarczego.



Wykres 2. Zachowanie stóp wzrostu kapitału ludzkiego, kapitału fizycznego, zróżnicowania rodności i indeksu GINI w długim okresie.

Źródło: Opracowanie własne w oparciu o symulacje numeryczne.

Wykres 2 przedstawia kształtowanie się poszczególnych zmiennych modelu w długim okresie przy założeniu odchylenia standardowego rozkładu kapitału ludzkiego równego 1. Pomimo że założyliśmy, iż jeden okres trwa 30 lat, takie badanie ma bardzo duże znaczenie. Z przeprowadzonych symulacji wynika bowiem, że wprowadzanie nierówności do systemu powoduje nie tylko spadek stóp wzrostu gospodarczego w okresie początkowym (por. tabela 1), ale często również w okresach kolejnych. Podobnie sprawa kształtuje się, jeśli rozpatrujemy ewolucję zróżnicowania rodności i wskaźnika GINI. W ich przypadku

[15] R. Barro, *Economic Growth in a Cross Section of Countries*, „Quarterly Journal of Economics" 1991, vol. 106 May, s. 407–443.

[16] M. Kremer, D. Chen, *Income-Distribution Dynamics with Endogenous Fertility*, „American Economic Review", May 1999, s. 155.

również, zależnie od wartości parametrów, możemy obserwować pogorszenie w kolejnych okresach.

DALSZE KIERUNKI BADAŃ

W dotychczasowych rozważaniach pominięte zostało zagadnienie opodatkowania agentów. Kolejnym kierunkiem analizowania wpływu nierówności na wzrost gospodarczy może być zatem próba wprowadzenia progresywnego podatku do powyżej przedstawionego modelu. Podatek taki będzie miał na celu zmniejszanie nierówności społecznych. Dzięki przeprowadzeniu symulacji z założeniem opodatkowania agentów możliwa będzie odpowiedź na pytanie, czy redystrybucja dochodu narodowego przyspiesza wzrost gospodarczy poprzez zmniejszanie skali nierówności społecznych, czy też jej efekt jest odwrotny. Analizie podlegać będzie mógł również wpływ redystrybucji na szybkość zbieżności do stanu stacjonarnego.

Kolejnym zagadnieniem wymagającym analizy będzie próba potwierdzenia wykrytych wcześniej zależności przy wykorzystaniu modelu ekonometrycznego. W tym celu zróżnicowanie rodności i poziom nierówności społecznych zostaną dodane, jako zmienne objaśniające, do standardowych zmiennych jednorównaniowego modelu ekonometrycznego. Badanie zostanie przeprowadzone w oparciu o spójne dane pochodzące z *World Income Inequality Database (WIID)*.

LITERATURA

Alesina A., Perotti R. (1996), *Income Distribution, Political Instability, and Investment*, „European Economic Review", 40(6).

Alesina A, Rodrik D. (1994), *Distributive Politics And Economic Growth*, „The Quarterly Journal of Economics", 109.

Barro R. (1991), *Economic Growth in a Cross Section of Countries*, „Quarterly Journal of Economics", vol. 106 May.

Barro R. (2000), *Inequality and Growth in a Panel of Countries*, „Journal of Economic Growth" 2000.

Becker G., Barro R. (1988), *A Reformulation of the Economic Theory of Fertility*, „Quarterly Journal of Economics", vol. 103 February 1988.

Becker G., Barro R. (1989), *Fertility Choice in a Model of Economic Growth*, „Econometrica", vol. 57.

Becker G., Murphy K., Tamura R. (1990), *Economic Growth, Human Capital, and Population Growth*, „Journal of Political Economy", vol. 98 no. 5.

Becker G., Glaeser E., Murphy. K (1999), *Population and Economic Growth*, „The American Economic Review", vol. 89 no. 2 (May).

Benabou R. (1996), *Inequality and Growth*, NBER Macroeconomics Annual.
Doepke M., de la Croix D. (2001), *Inequality and Growth: Why Differential Fertility Matters*, UCLA working paper.
Fajnzybler P., Lederman D., Loayaza N. (1998), *Determinants of Crime in Latin America and the World*, A World Bank Latin America and Caribbean Viewpoints Series Paper, Washington, DC, World Bank.
Galor O., Zeira J. (1993), *Income Distribution and Macroeconomics*, „Review of Economic Studies", 60.
Knowles J. (1999), *Can Parental Decisions Explain U.S. Income Inequality?*, working paper, University of Pennsylvania.
Knowles S. (2001), *Inequality and Economic Growth. The Empirical Relationship Reconsidered in the Light of Comparable Data*, „World Institute for Development Economics Research", November 2001.
Kremer M., Chen D. (1999), *Income-Distribution Dynamics with Endogenous Fertility*, „American Economic Review", May 1999.
Kuznets S. (1955), *Economic growth and income inequality*, „American Economic Review", XXXXV (1955).
Sala-i-Martin X. (2002), *The Word distribution of income*, NBER working paper 8933.UNU/WIDER (1999): UNU/WIDER-UNDP.
World Income Inequality Database, Beta 3.
Warunki życia ludności w 2003 roku, Główny Urząd Statystyczny, Warszawa 2004.

A Model Linking Inequality and Economic Growth

Summary

In the first part of the paper the author presents a brief overview of theories with regard to connections between inequality and economic growth. Up until the 1990s, the contemporary economic growth theory seemed to have little to say about the impact that inequality might have on the overall efficiency of an economy. The 'mainstream' growth theory was based on a 'representative agent', where the problem of economic growth was studied as if society were monolithic. The only model which showed linkages between growth and income distribution was the Kuznets hypothesis which was not, however, proved by results of the recent research. In 1990s new models combining growth and inequality were presented. The mechanisms through which inequality was suggested to affect growth relied on channels in which inequality affects growth through capital markets, through the political system, and through social circumstances. All aforementioned models, however, are not entirely consistent with the recent economic research. The second part of the paper presents a model which links inequality and growth through differential fertility and the accumulation of human capital. The model uses neoclassical production function and combines it with endogenous fertility and income inequality. A calibration exercise, based on the data from the Polish economy, suggests that there is a negative relation between inequality and growth. In addition the model is consistent with the recent results of the demographic research connected with the problem of endogenous fertility and income distribution.